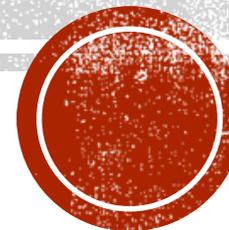


FÍSICA DE ESTRELAS DE NÊUTRONS

Prof. Rodrigo Negreiros – UFF

XI Escola do CBPF



PROGRAMA

- ~~I. Introdução.~~
 - ~~II. Visão geral de estrelas compactas.~~
 - ~~III. Física nuclear relativística.~~
 - ~~IV. Estrelas de Nêutrons no contexto da física nuclear.~~
 - ~~Relatividade Geral – revisão~~
 - ~~Estrutura de estrelas de nêutrons dentro do contexto da relatividade geral.~~
 - ~~Estrelas de nêutrons com rotação não nula.~~
 - ~~Estrelas de nêutrons com campos Magnéticos.~~
 - Evolução de estrelas de nêutrons – aspectos gerais.
 - Evolução rotacional de estrelas de nêutrons.
 - Evolução térmica de estrelas de nêutrons.
 - Evolução termo-rotacional de estrelas de nêutrons.
- Aula I
- Aula II
- Aula III
- Aula IV
- Aula V
- Aula VI
- Aula VII
- Aula VIII



**PARA UM MELHOR APROVEITAMENTO DO
CONTEÚDO MINISTRADO, RECOMENDAMOS À
AUDIÊNCIA QUE MANTENHA OS APARELHOS
ELETRÔNICOS (CELULARES, LAPTOPS)
DESLIGADOS DURANTE AS AULAS.**

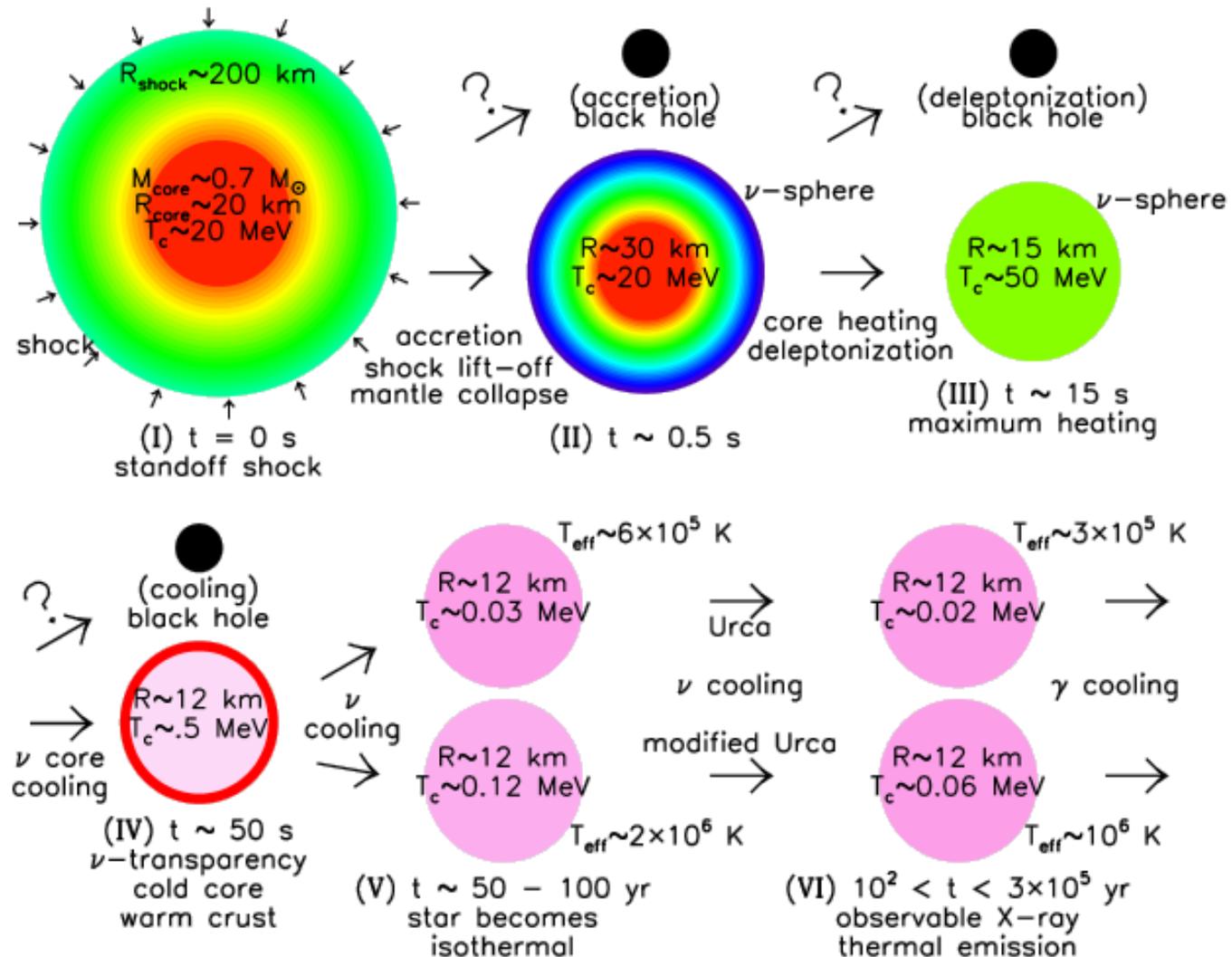
**COMISSÃO ORGANIZADORA
XI ESCOLA DO CBPF**

SUPERNOVAE

- Colapso do núcleo estelar
- Fenômenos altamente energéticos
- Origem dos objetos mais compactos que conhecemos: estrelas de nêutrons.
- Vamos estudar os primeiros instantes após o “fim” do evento de supernova: **PROTO-estrela de nêutrons**



EVOLUÇÃO DA ESTRELA DE NÊUTRONS



PROTO-ESTRELA DE NEÚTRONS

- Proto-estrela de neutrons (PNS) se forma após o objeto compacto se desacopla (gravitacionalmente) da matéria ejetada.
- A fase de proto-estrela ocorre desde o desacoplamento gravitacional, quando a estrela é quente e rica em elétrons até seu resfriamento em uma estrela de nêutrons fria (relativamente) e



THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 513:780–804, 1999 March 10

- **© 1999. The American Astronomical Society. All rights reserved. Printed in U.S.A.**

EVOLUTION OF PROTO-NEUTRON STARS

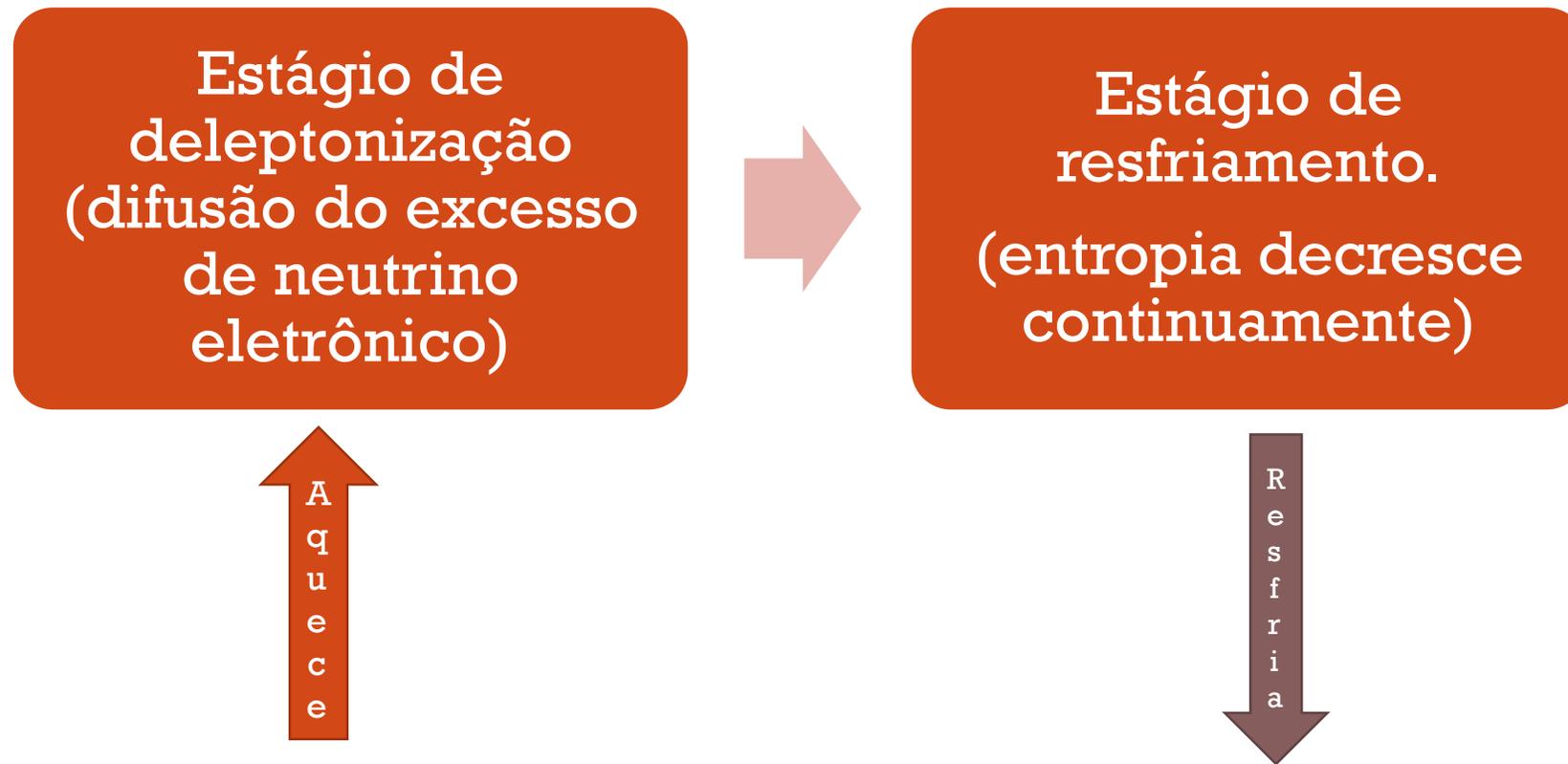
J. A. PONS,^{1,2} S. REDDY,¹ M. PRAKASH,¹ J. M. LATTIMER,¹ AND J. A. MIRALLES²

Received 1998 July 3; accepted 1998 October 19



FASE DE KELVIN-HELMHOLZ

- Dois estágios principais



TRANSPORTE DE NEUTRINOS

- Equação que governa o transporte de neutrinos e número leptônico é dada pela equação de Boltzmann para partículas sem massa:

$$p^\beta \left(\frac{\partial f}{\partial x^\beta} - \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha p^\gamma \frac{\partial f}{\partial p^\alpha} \right) = \left(\frac{df}{d\tau} \right)_{\text{coll}}$$

f é a função de distribuição do neutrino.

p^α são as componentes do quadri-momento do neutrino na base das coordenadas.

$\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha$ é o símbolo de Christoffel para a métrica.

O termo do lado direito da igualdade representa interação dos neutrinos com a matéria



TRANSPORTE DE NEUTRINOS

- É mais conveniente trabalhar com o quadri-momento definido na base do referencial “co-moving” cuja base $\{e_a\}$ é definida por $e_a \cdot e_b = \eta_{ab}$ onde $e_0 = u$ é a quadri-velocidade da matéria.
- Nesta base a equação de Boltzmann fica

$$p^b \left(e_b^\beta \frac{\partial f}{\partial x^\beta} - \Gamma_{bc}^a p^c \frac{\partial f}{\partial p^a} \right) = \left(\frac{df}{d\tau} \right)_{\text{coll}}$$



TRANSPORTE DE NEUTRINOS

- Com simetria esférica podemos escrever o quadri-momento dos neutrinos como

$$p^a = [\omega, \omega\mu, \omega(1 - \mu^2)^{1/2} \cos \Phi, \omega(1 - \mu^2)^{1/2} \sin \Phi]$$

- Que nos permite escrever a E.B. no caso de simetria esférica como

$$\begin{aligned} & \omega(e_0^t + \mu e_1^t) \frac{\partial f}{\partial t} + \omega(e_0^r + \mu e_1^r) \frac{\partial f}{\partial r} \\ & - \omega^2 [\mu \Gamma_{00}^1 + \mu^2 \Gamma_{10}^1 + (1 - \mu^2) \Gamma_{20}^2] \frac{\partial f}{\partial \omega} - \omega(1 - \mu^2) \\ & \times (\Gamma_{00}^1 + \Gamma_{22}^1 + \mu \Gamma_{10}^1 - \mu \Gamma_{20}^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} = \left(\frac{df}{d\tau} \right)_{\text{coll}} . \end{aligned}$$



TRANSPORTE DE NEUTRINOS

- Para simplificar essa equação, aplicamos o operador

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} d\mu \mu^i, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

- E definimos função distribuição dos momentos de i-ésima ordem

$$M_i = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} d\mu \mu^i f$$



TRANSPORTE DE NEUTRINOS

- Com as ultimas definições as equações para os dois primeiros momentos são

$$\begin{aligned} & \omega \left(e_0^t \frac{\partial M_0}{\partial t} + e_0^r \frac{\partial M_0}{\partial r} + e_1^t \frac{\partial M_1}{\partial t} + e_1^r \frac{\partial M_1}{\partial r} \right) \\ & - \omega^2 \left[\Gamma_{00}^1 \frac{\partial M_1}{\partial \omega} + (\Gamma_{10}^1 - \Gamma_{20}^2) \frac{\partial M_2}{\partial \omega} + \Gamma_{20}^2 \frac{\partial M_0}{\partial \omega} \right] \\ & + \omega [(\Gamma_{10}^1 - \Gamma_{20}^2)(M_0 - 3M_2) - 2(\Gamma_{00}^1 + \Gamma_{22}^1)M_1] = Q_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \omega \left(e_0^t \frac{\partial M_1}{\partial t} + e_0^r \frac{\partial M_1}{\partial r} + e_1^t \frac{\partial M_2}{\partial t} + e_1^r \frac{\partial M_2}{\partial r} \right) \\ & - \omega^2 \left[\Gamma_{00}^1 \frac{\partial M_2}{\partial \omega} + (\Gamma_{10}^1 - \Gamma_{20}^2) \frac{\partial M_3}{\partial \omega} + \Gamma_{20}^2 \frac{\partial M_1}{\partial \omega} \right] \\ & + \omega [2(\Gamma_{10}^1 - \Gamma_{20}^2)(M_1 - 2M_3) \\ & + (\Gamma_{00}^1 + \Gamma_{22}^1)(M_0 - 3M_2)] = Q_1 , \end{aligned}$$

$$Q_0 = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} d\mu \left(\frac{df}{d\tau} \right)_{\text{coll}} \quad \text{and} \quad Q_1 = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} d\mu \mu \left(\frac{df}{d\tau} \right)_{\text{coll}}$$



TRANSPORTE DE NEUTRINOS

- Multiplicando a equação de ordem zero, sucessivamente por $\omega/2\pi^2$ e por $\omega^2/2\pi^2$ e integrando na energia do neutrino, encontramos as médias das equações de transporte e numero de neutrinos:

$$e_0^t \frac{\partial N_\nu}{\partial t} + e_0^r \frac{\partial N_\nu}{\partial r} + e_1^t \frac{\partial F_\nu}{\partial t} + e_1^r \frac{\partial F_\nu}{\partial r} + (\Gamma_{10}^1 + 2\Gamma_{20}^2)N_\nu + (\Gamma_{00}^1 - 2\Gamma_{22}^1)F_\nu = S_N ,$$

$$e_0^t \frac{\partial J_\nu}{\partial t} + e_0^r \frac{\partial J_\nu}{\partial r} + e_1^t \frac{\partial H_\nu}{\partial t} + e_1^r \frac{\partial H_\nu}{\partial r} + (\Gamma_{10}^1 + 3\Gamma_{20}^2)J_\nu + (2\Gamma_{00}^1 - 2\Gamma_{22}^1)H_\nu + (\Gamma_{10}^1 - \Gamma_{20}^2)P_\nu = S_E$$



TRANSPORTE DE NEUTRINOS

- Nas últimas equações usamos as definições

$$N_\nu = \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi^2} M_0 \omega^2, \quad F_\nu = \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi^2} M_1 \omega^2,$$

N_ν é a densidade de número

F_ν é o fluxo de número

S_N é a fonte de número

$$S_N = \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi^2} Q_0 \omega,$$

Além disso temos:

J_ν é a densidade de energia dos neutrinos

F_ν é o fluxo de energia dos neutrinos

P_ν é a pressão dos neutrinos

S_E são as fontes de energia

$$J_\nu = \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi^2} M_0 \omega^3, \quad H_\nu = \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi^2} M_1 \omega^3,$$

$$P_\nu = \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi^2} M_2 \omega^3, \quad S_E = \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi^2} Q_0 \omega^2.$$



TRANSPORTE DE NEUTRINOS

- As equações discutidas acima contem todos os efeitos da relatividade geral incluindo a velocidade do fluido.
- Em geral essas equações devem ser resolvidas juntamente das equações hidrodinâmicas para a matéria, como em simulações de supernovae, por exemplo.
- No nosso caso a velocidade dos fluidos é baixa o suficiente de maneira que o fluido esta praticamente em equilíbrio hidrostático e assim, podemos considerar a evolução em regime quasi-estático.



TRANSPORTE DE NEUTRINOS

- Substituindo os símbolos de Christoffel e assumindo quasi-equilíbrio hidrostático (ignorando os termos em v) podemos escrever as conhecidas equações de transporte de neutrinos para uma métrica estacionária em uma proto-estrela de nêutrons

$$\frac{\partial(N_\nu/n_B)}{\partial t} + \frac{\partial(e^\phi 4\pi r^2 F_\nu)}{\partial a} = e^\phi \frac{S_N}{n_B}$$

$$\frac{\partial(J_\nu/n_B)}{\partial t} + P_\nu \frac{\partial(1/n_B)}{\partial t} + e^{-\phi} \frac{\partial(e^{2\phi} 4\pi r^2 H_\nu)}{\partial a} = e^\phi \frac{S_E}{n_B},$$

Onde n_B é a densidade bariônica e a é a quantidade de barions em uma esfera de raio r .



APROXIMAÇÃO DE EQUILÍBRIO DE DIFUSÃO

- Para temperaturas acima de vários MeV, as fontes Q_0 e Q_1 são grandes o suficiente para que possamos considerar os neutrinos em equilíbrio térmico e químico com a matéria.
- Com isso podemos considerar a distribuição de neutrinos como sendo praticamente uma distribuição de *Fermi-Dirac* e isotrópica.
- Podemos com isso aproximar a distribuição em termos dos polinômios de Legendre de ordem $O(\mu)$, que é conhecido como aproximação de difusão:

$$f(\omega, \mu) = f_0(\omega) + \mu f_1(\omega), \quad f_0 = (1 + e^{[(\omega - \mu_\nu)/(kT)]})^{-1},$$

Onde f_0 é distribuição de fermi-dirac para o equilíbrio



APROXIMAÇÃO DE EQUILÍBRIO DE DIFUSÃO

- Nessa aproximação, os momentos podem ser escritos como

$$M_0 = f_0, \quad M_1 = \frac{1}{3}f_1, \quad M_2 = \frac{1}{3}f_0, \quad \text{and} \quad M_3 = \frac{1}{5}f_1$$

- Substituindo na equação do 1º momento e ignorando os termos com dependência explícita de velocidade, além de ignorar a derivada temporal de f_1 (uma vez que o que alimenta o transporte são gradientes de temperatura e potencial químico, que variam lentamente no tempo), temos então

$$e^{-\Lambda} \left(\frac{\partial f_0}{\partial r} - \omega \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial f_0}{\partial \omega} \right) = 3 \frac{Q_1}{\omega}. \quad (\text{A})$$



APROXIMAÇÃO DE EQUILÍBRIO DE DIFUSÃO

- A interação entre os neutrinos e a matéria é dominada pelo espalhamento (com barions e leptons), absorção (por barions) e emissão (captura eletrônica), assim o termo de colisão Q_1 é

$$\left(\frac{df}{d\tau}\right)_{\text{coll}} = \omega \left[j_a(1 - f) - \frac{f}{\lambda_a} + j_s(1 - f) - \frac{f}{\lambda_s} \right]$$

j_a é a emissividade

λ_a é o coeficiente de absorção

j_s e λ_s representam as contribuições devido ao espalhamento



APROXIMAÇÃO DE EQUILÍBRIO DE DIFUSÃO

- As contribuições devido ao espalhamento são escritas explicitamente como

$$j_s = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d\omega' \omega'^2 \int_{-1}^1 d\mu' \times \int_0^{2\pi} d\Phi f(\omega', \mu') R_s^{\text{in}}(\omega, \omega', \cos \theta)$$

$$\frac{1}{\lambda_s} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d\omega' \omega'^2 \int_{-1}^1 d\mu' \times \int_0^{2\pi} d\Phi [1 - f(\omega', \mu')] R_s^{\text{out}}(\omega, \omega', \cos \theta)$$

R_s^{out} e R_s^{in} são as emissividades e coeficientes de absorção são relacionados devido ao princípio de reciprocidade entre uma reação e sua inversa.



APROXIMAÇÃO DE EQUILÍBRIO DE DIFUSÃO

- Expandindo as contribuições de espalhamento em polinômios de Legendre, apropriadamente, podemos escrever as contribuições finais como

$$Q_0 = \omega \left\{ j_a [1 - f_0(\omega)] - \frac{f_0(\omega)}{\lambda_a} + \kappa_0^s \right\}, \quad Q_1 = -\omega \frac{f_1(\omega)}{3} \left(j_a + \frac{1}{\lambda_a} + \kappa_1^s \right)$$

- Onde as contribuições do espalhamento são dadas por

$$\begin{aligned} \kappa_0^s = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty d\omega' \omega'^2 \left\{ [f_0(\omega') e^{\beta(\omega' - \omega)} \right. \\ \left. - f_0(\omega) + (1 - e^{\beta(\omega' - \omega)}) f_0(\omega') f_0(\omega)] R_0^{\text{out}} \right. \\ \left. + (1 - e^{\beta(\omega' - \omega)}) \frac{f_1(\omega') f_1(\omega)}{9} R_1^{\text{out}} \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \kappa_1^s = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty d\omega' \omega'^2 \left\{ [1 - f_0(\omega') (1 - e^{\beta(\omega' - \omega)})] R_0^{\text{out}} \right. \\ \left. - \frac{f_1(\omega')}{f_1(\omega)} [e^{\beta(\omega' - \omega)} + f_0(\omega) (1 - e^{\beta(\omega' - \omega)})] R_1^{\text{out}} \right\}. \end{aligned}$$



APROXIMAÇÃO DE EQUILÍBRIO DE DIFUSÃO

- No caso de espalhamento isoenergético, podemos simplificar

$$\kappa_1^s = \frac{\omega^2}{(2\pi)^2} \int_{-1}^1 d \cos \theta (1 - \cos \theta) R^{\text{out}}(\omega, \omega, \cos \theta)$$

- Substituindo a expressão de Q_1 em (A) encontramos

$$f_1 = -D(\omega) \left(e^{-\Lambda} \frac{\partial f_0}{\partial r} - \omega e^{-\Lambda} \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial f_0}{\partial \omega} \right) \quad (\text{B})$$

- Onde o coeficiente de difusão é dado por

$$D(\omega) = \left(j + \frac{1}{\lambda_a} + \kappa_1^s \right)^{-1}$$



APROXIMAÇÃO DE EQUILÍBRIO DE DIFUSÃO

- Para obter explicitamente a equação que determina o fluxo de energia o numero leptônico notamos que

$$\frac{\partial f_0}{\partial r} = - \left(T \frac{\partial \eta_v}{\partial r} + \frac{\omega}{T} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \frac{\partial f_0}{\partial \omega} \quad \text{Onde: } \eta_v = \mu_v/T$$

- Substituindo em (B) temos
$$f_1 = -D(\omega)e^{-\Lambda} \left[T \frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{\omega}{T e^\phi} \frac{\partial (T e^\phi)}{\partial r} \right] \left(- \frac{\partial f_0}{\partial \omega} \right)$$

- Assim com as definições de fluxo que tínhamos, temos que os fluxos integrados são

$$F_v = -\frac{e^{-\Lambda} e^{-\phi} T^2}{6\pi^2} \left[D_3 \frac{\partial (T e^\phi)}{\partial r} + (T e^\phi) D_2 \frac{\partial \eta}{\partial r} \right] \quad H_v = -\frac{e^{-\Lambda} e^{-\phi} T^3}{6\pi^2} \left[D_4 \frac{\partial (T e^\phi)}{\partial r} + (T e^\phi) D_3 \frac{\partial \eta}{\partial r} \right]$$



APROXIMAÇÃO DE EQUILÍBRIO DE DIFUSÃO

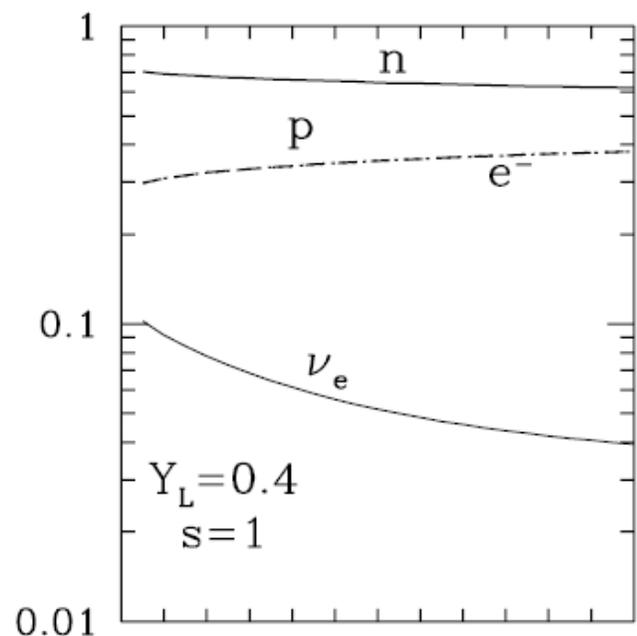
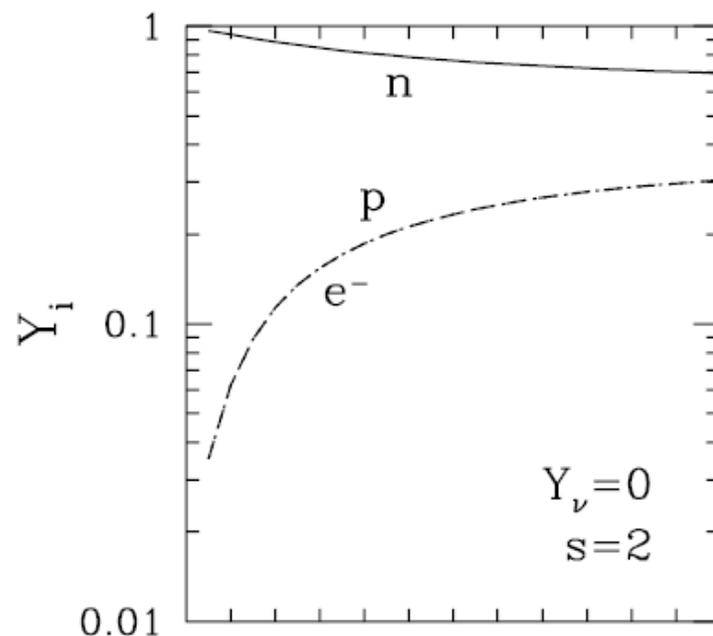
- Onde os coeficientes D_2, D_3, D_4 definidos como

$$D_n = \int_0^\infty dx x^n D(\omega) f_0(\omega) [1 - f_0(\omega)]$$
$$x = \omega/T$$

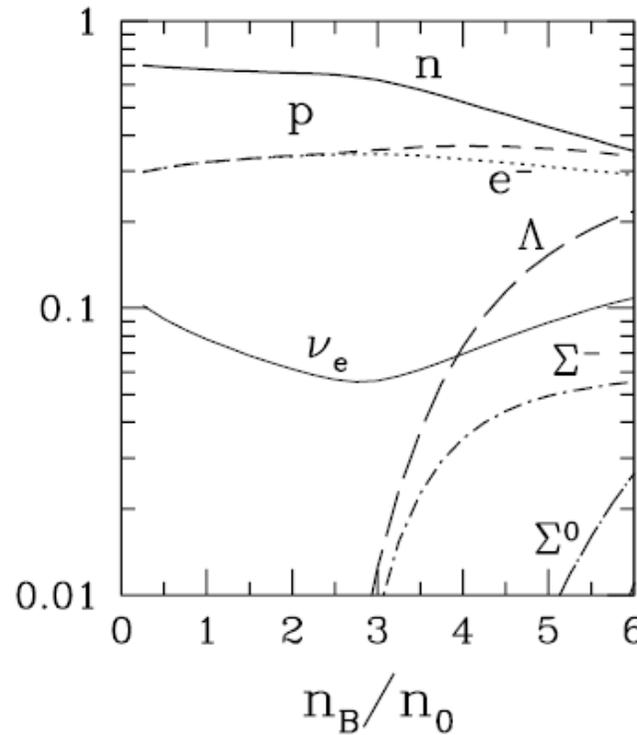
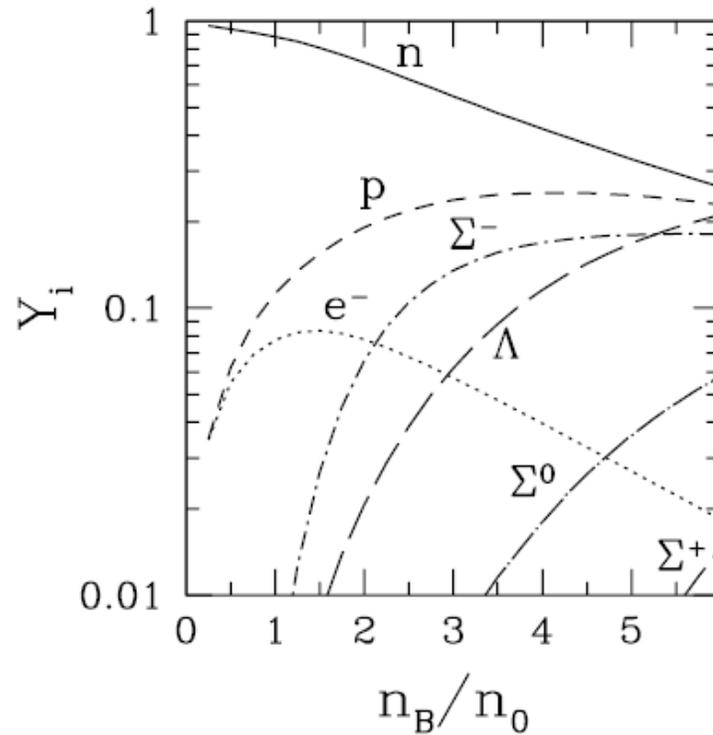


POPULAÇÃO

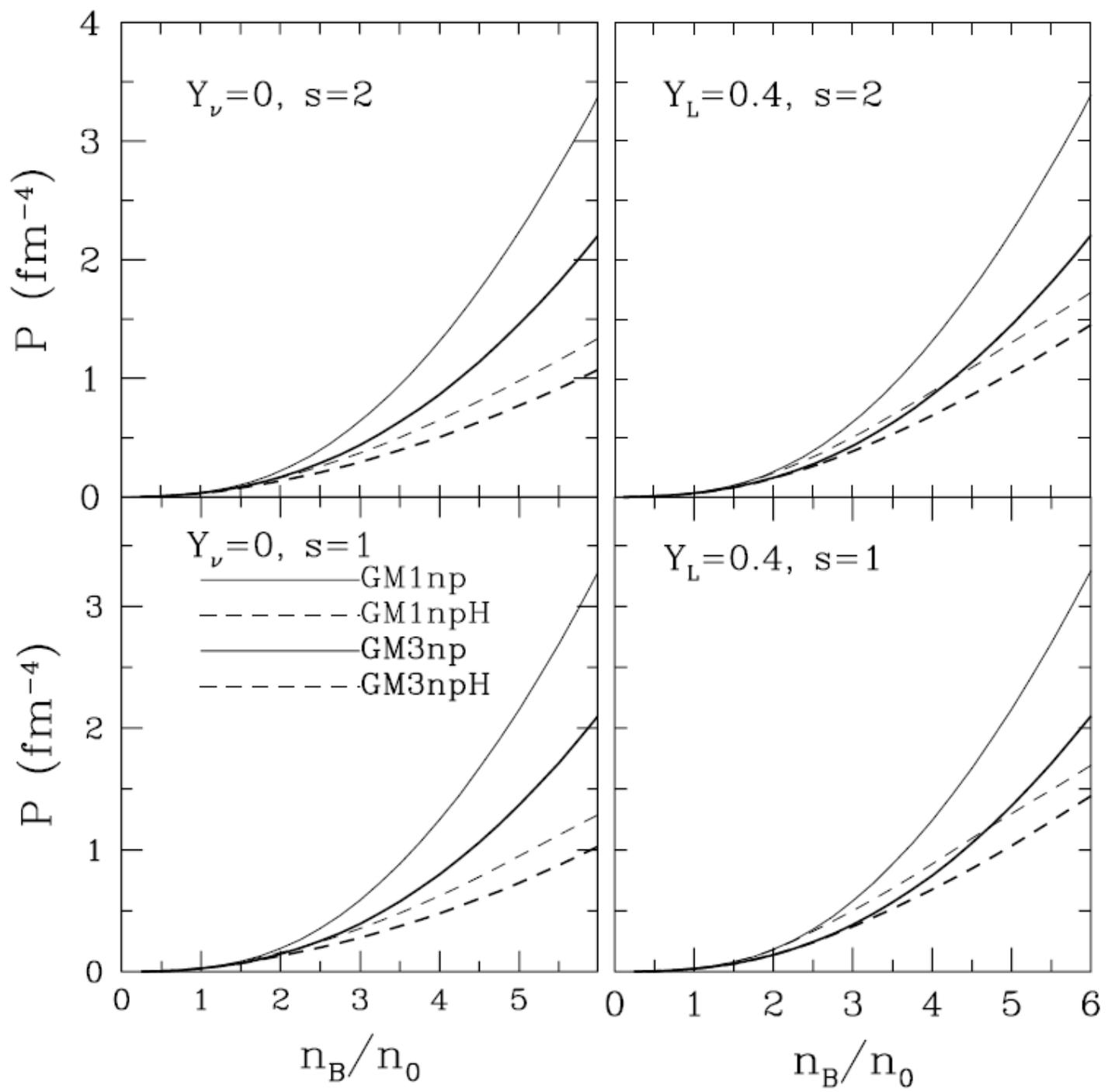
Matéria de nucleons



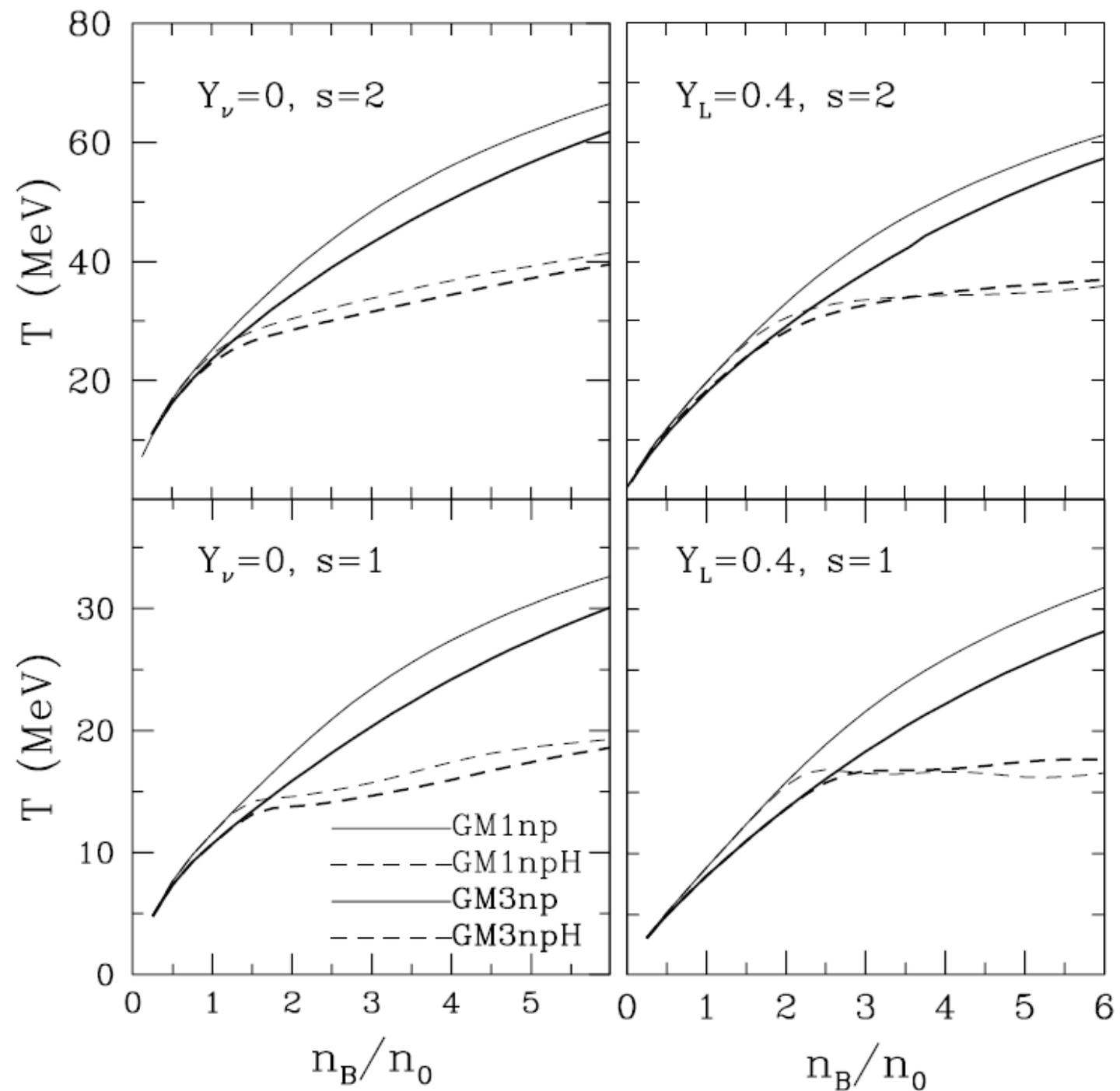
Matéria de hiperonica



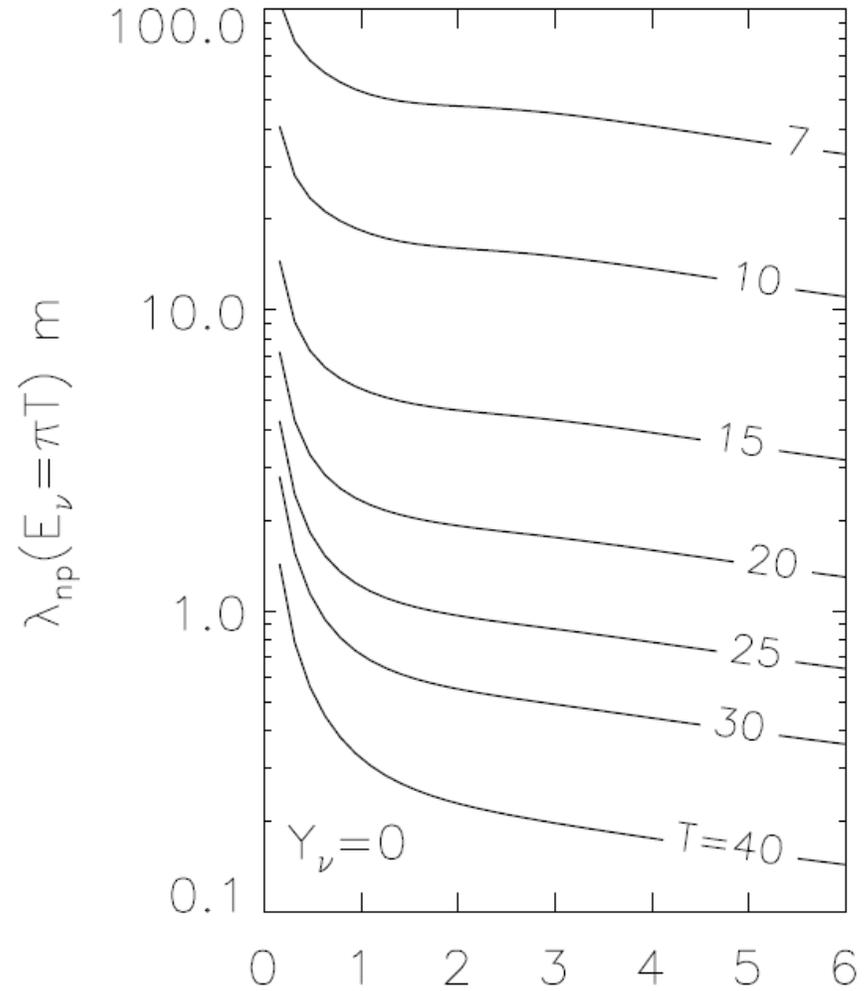
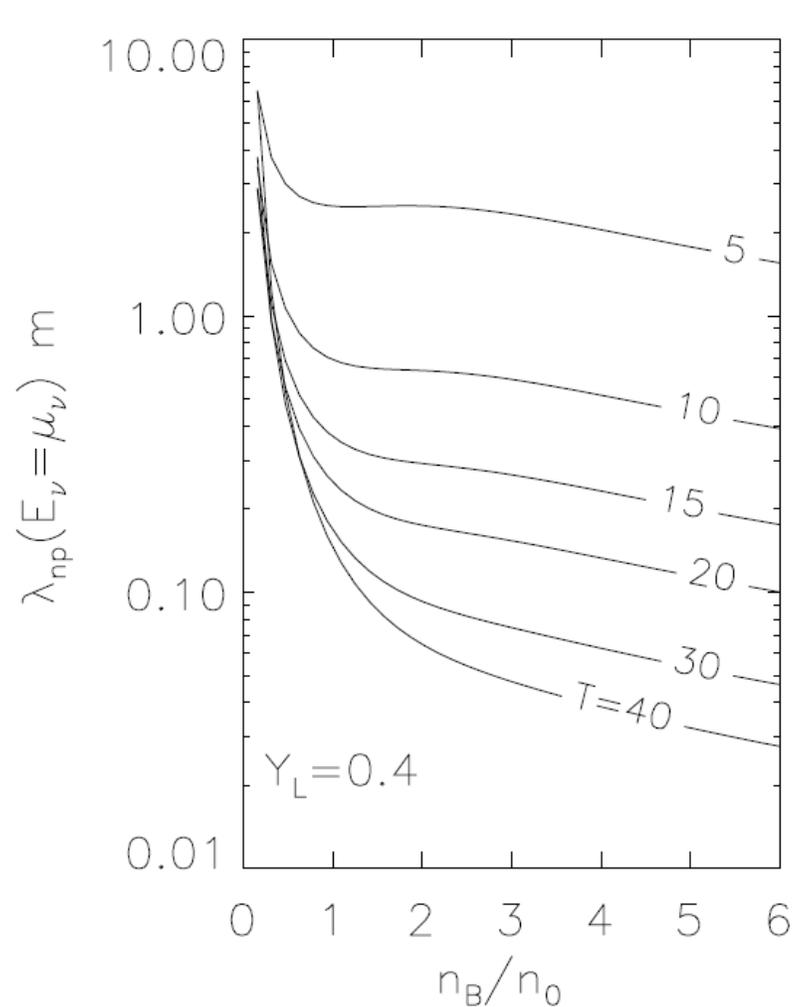
EOS



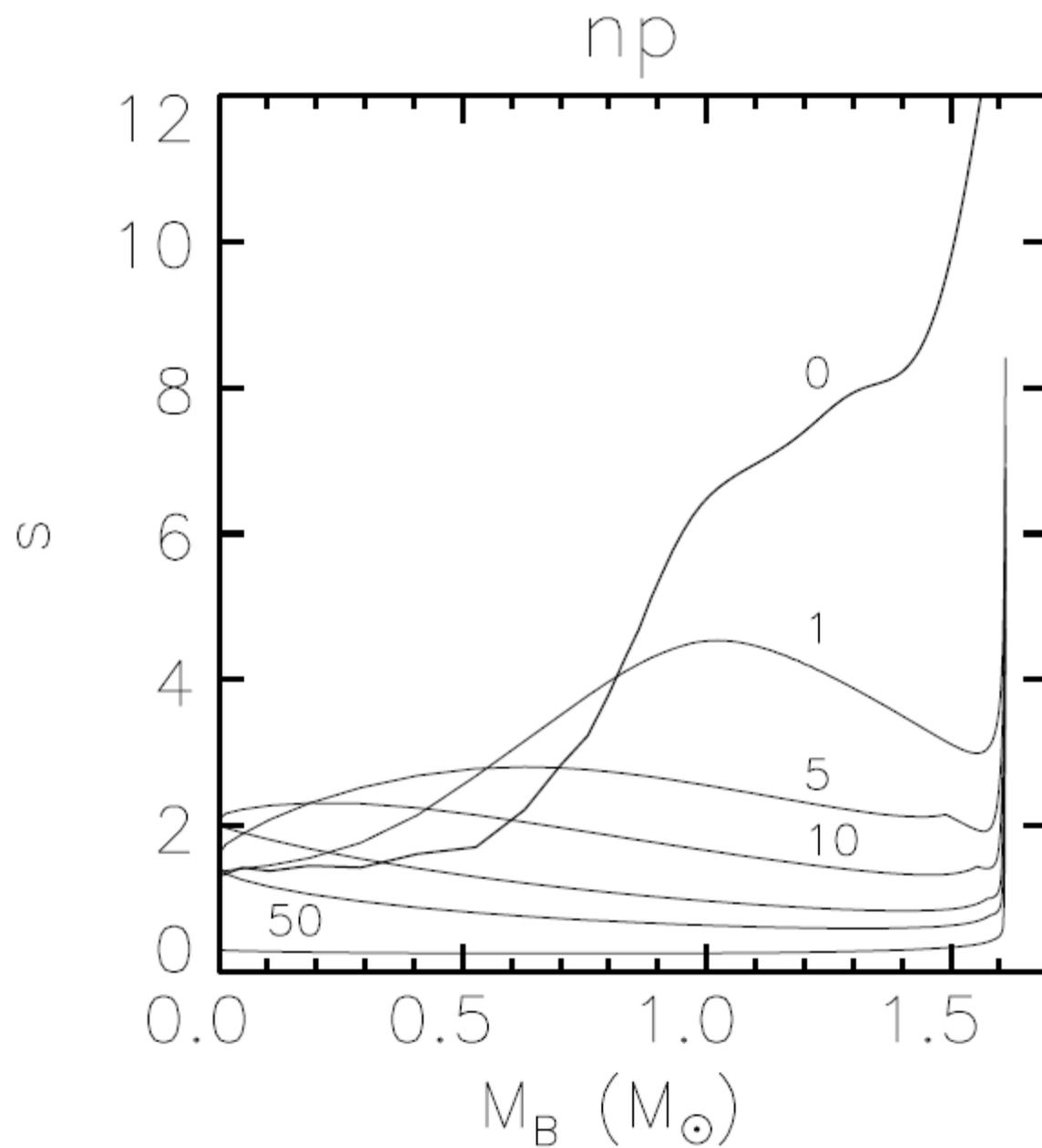
TEMPERATURA



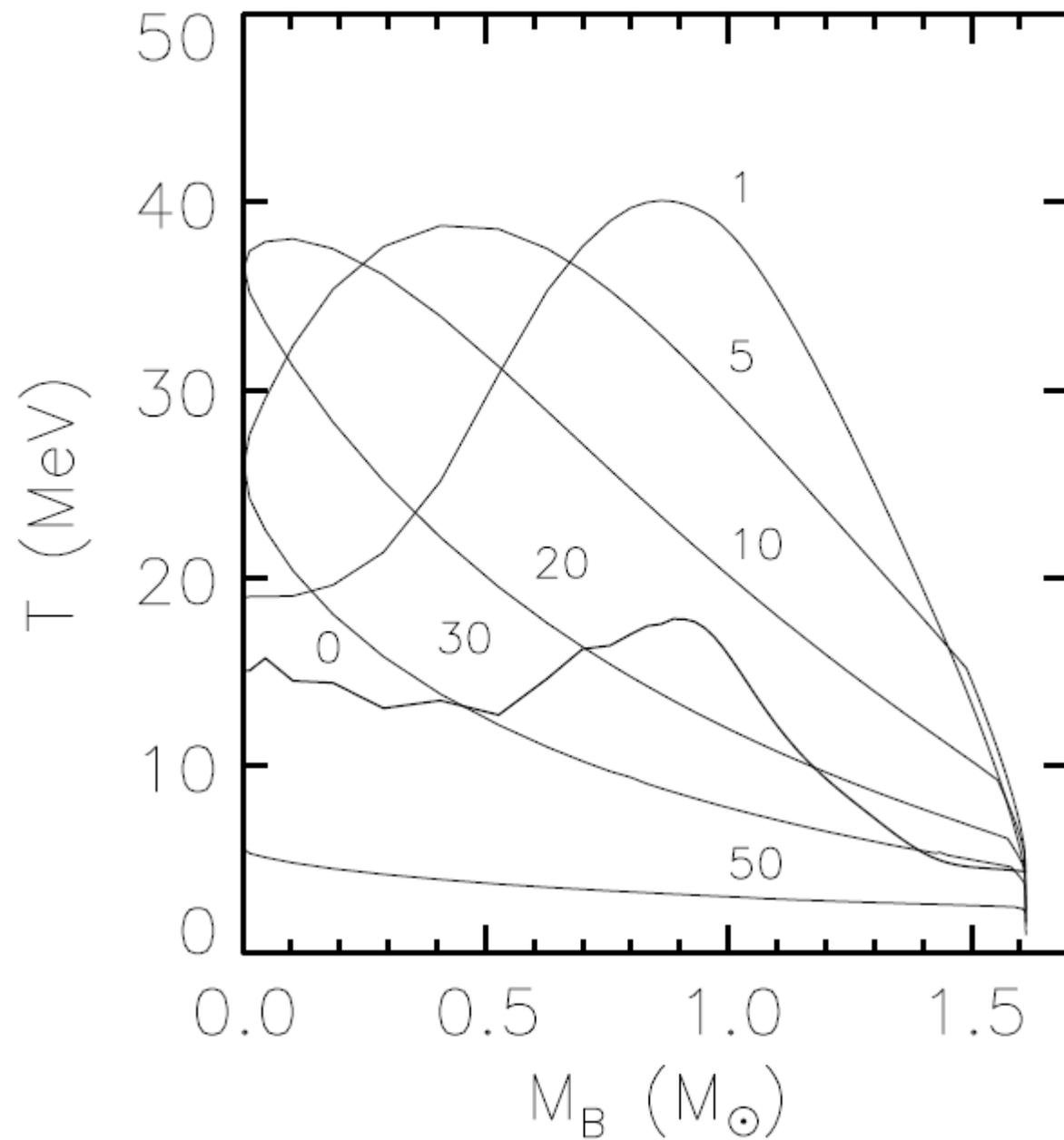
LIVRE CAMINHO MÉDIO DOS NEUTRINOS



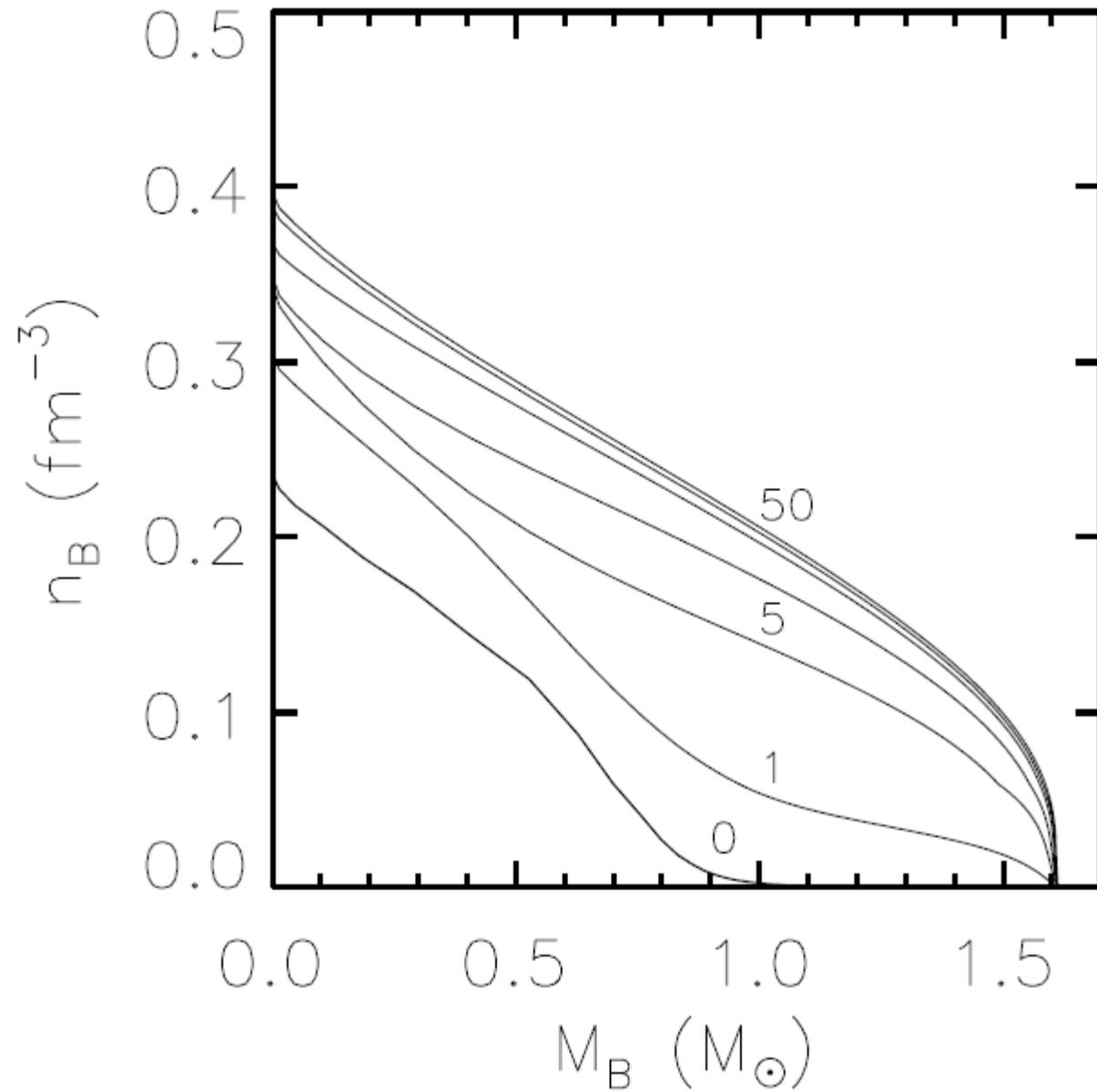
EVOLUÇÃO — EOS GM3



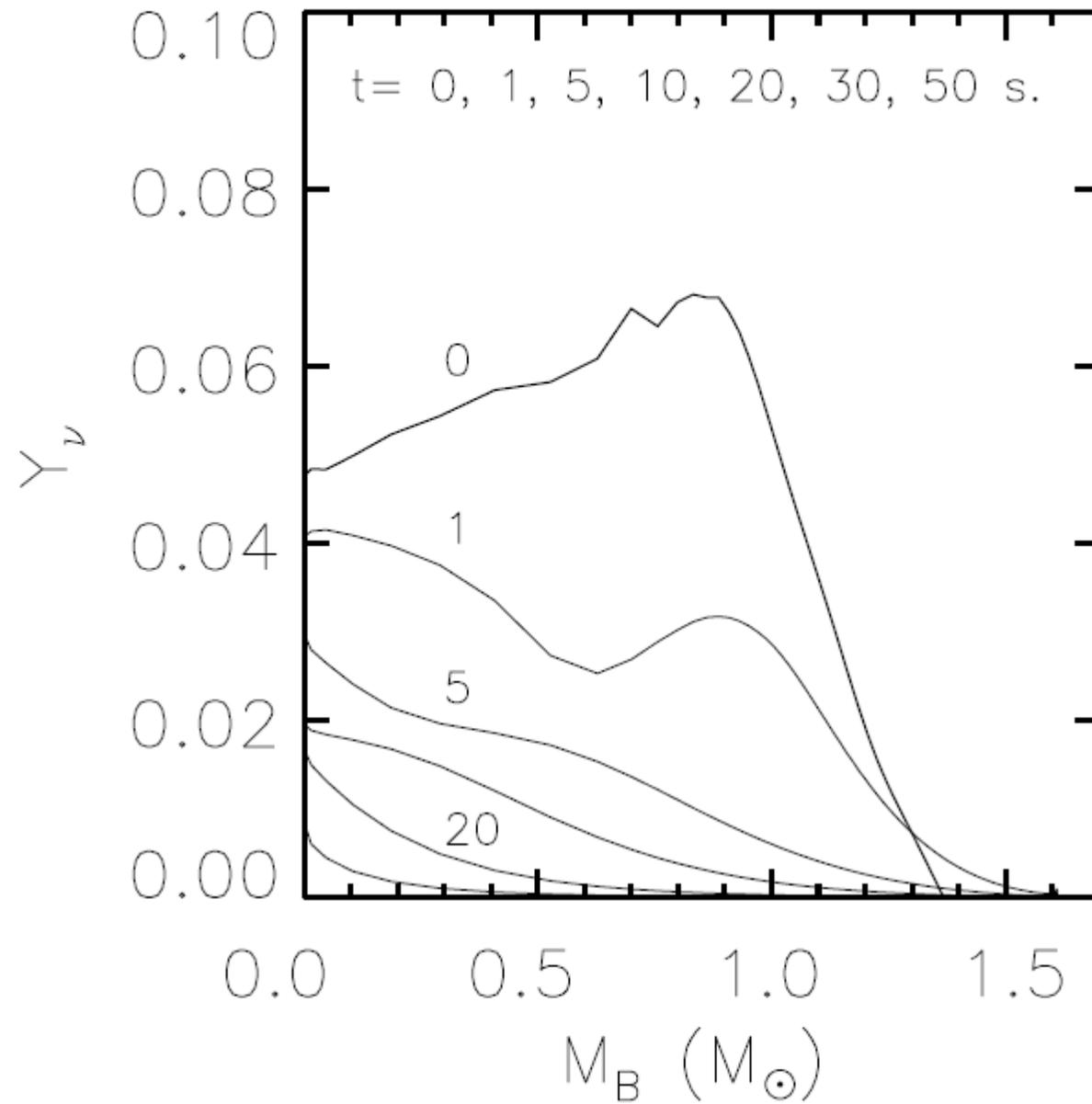
EVOLUÇÃO — EOS GM3



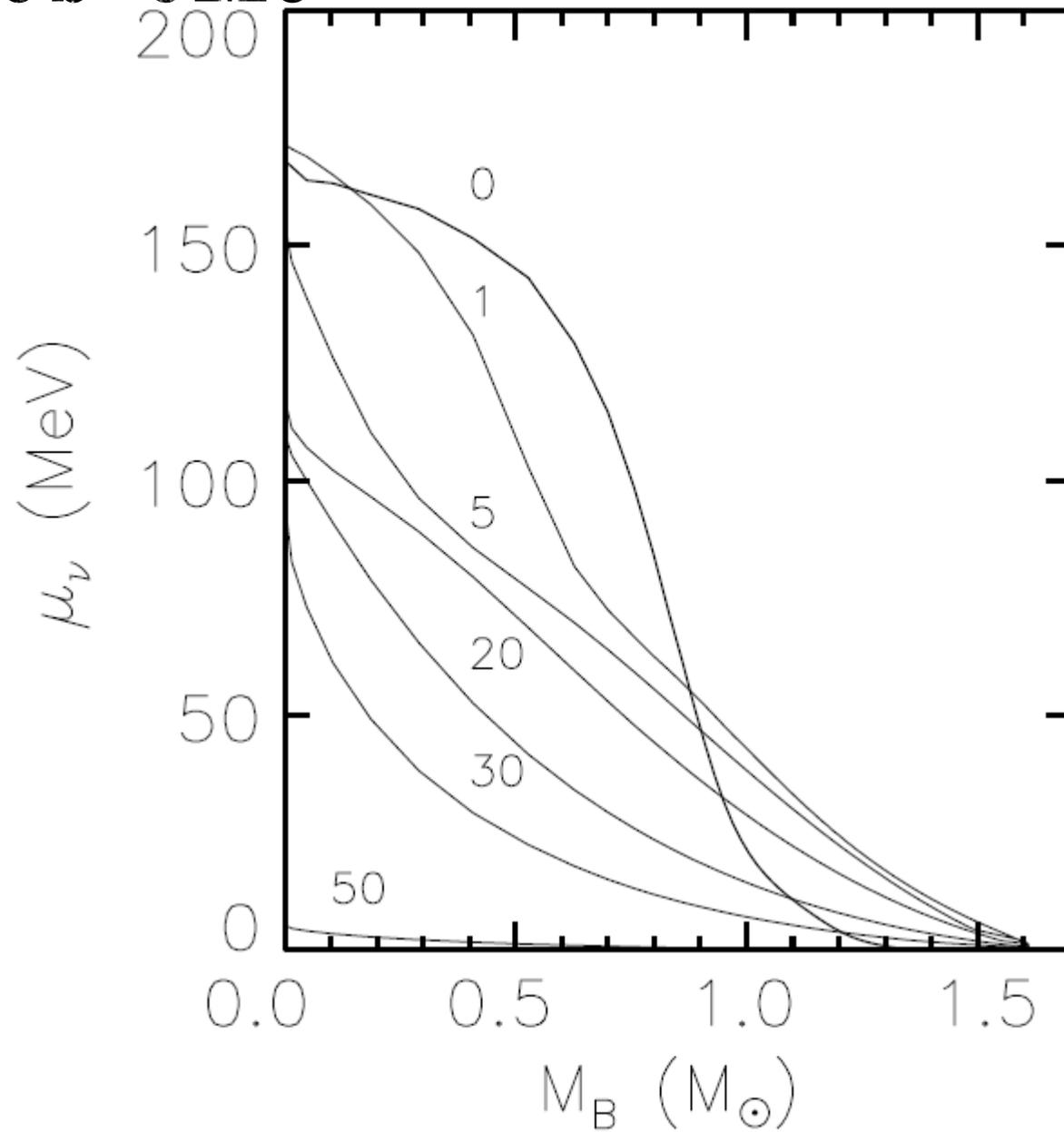
EVOLUÇÃO — EOS GM3



EVOLUÇÃO — EOS GM3



EVOLUÇÃO — EOS GM3



EVOLUÇÃO — EOS GM3

