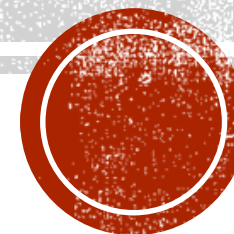


FÍSICA DE ESTRELAS DE NÊUTRONS

Prof. Rodrigo Negreiros – UFF

XI Escola do CBPF



PROGRAMA

- ~~I. Introdução.~~
 - ~~II. Visão geral de estrelas compactas.~~
 - ~~III. Física nuclear relativística.~~
 - ~~IV. Estrelas de Nêutrons no contexto da física nuclear.~~
 - ~~Relatividade Geral – revisão~~
 - ~~Estrutura de estrelas de nêutrons dentro do contexto da relatividade geral.~~
 - Estrelas de nêutrons com rotação não nula.
 - Estrelas de nêutrons com campos Magnéticos.
 - Evolução de estrelas de nêutrons – aspectos gerais.
 - Evolução rotacional de estrelas de nêutrons.
 - Evolução térmica de estrelas de nêutrons.
 - Evolução termo-rotacional de estrelas de nêutrons.
- Aula I
- Aula II
- Aula III
- Aula IV
- Aula V
- Aula VI
- Aula VII
- Aula VIII

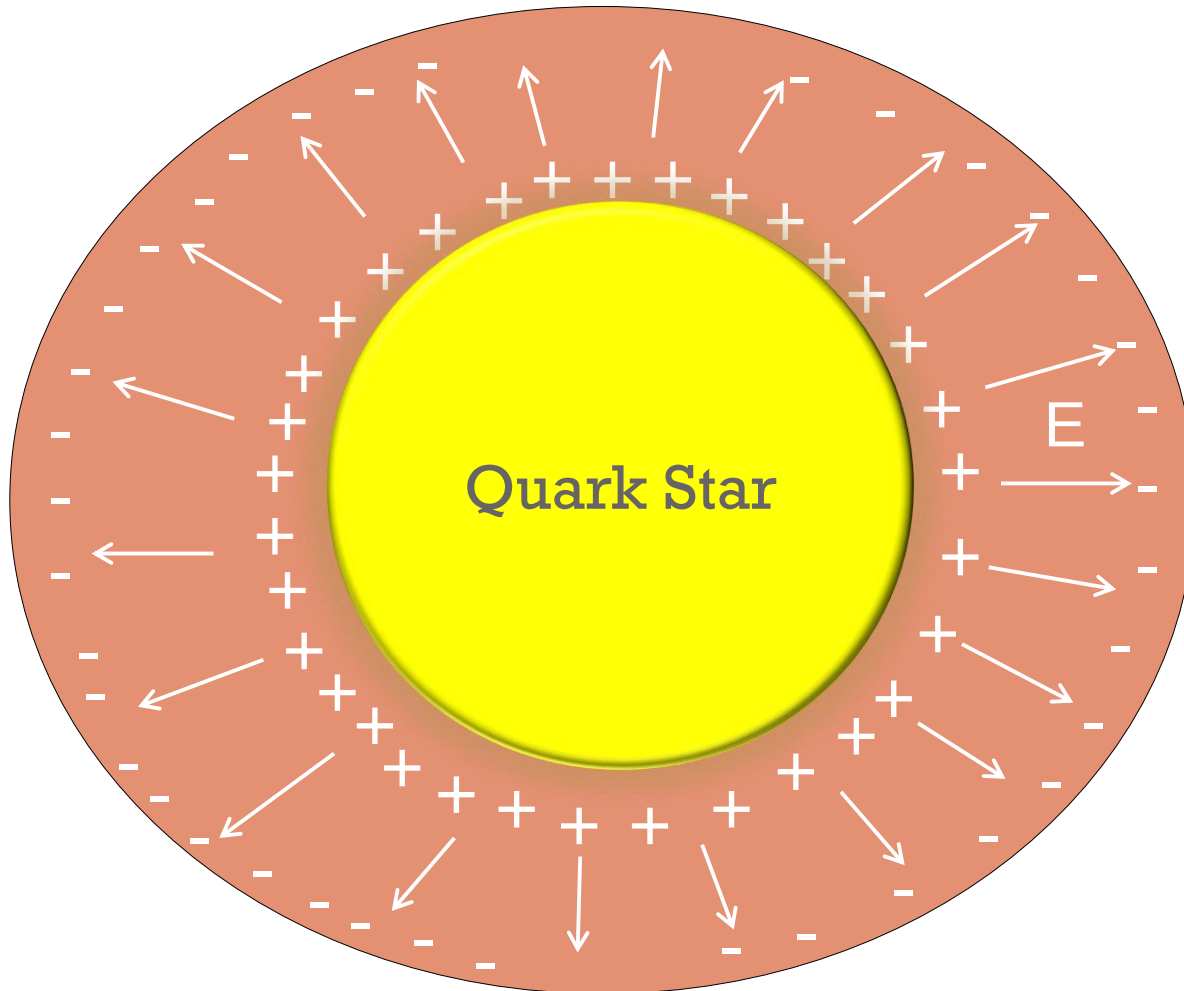


**PARA UM MELHOR APROVEITAMENTO DO
CONTEÚDO MINISTRADO, RECOMENDAMOS À
AUDIÊNCIA QUE MANTENHA OS APARELHOS
ELETRÔNICOS (CELULARES, LAPTOPS)
DESLIGADOS DURANTE AS AULAS.**

**COMISSÃO ORGANIZADORA
XI ESCOLA DO CBPF**

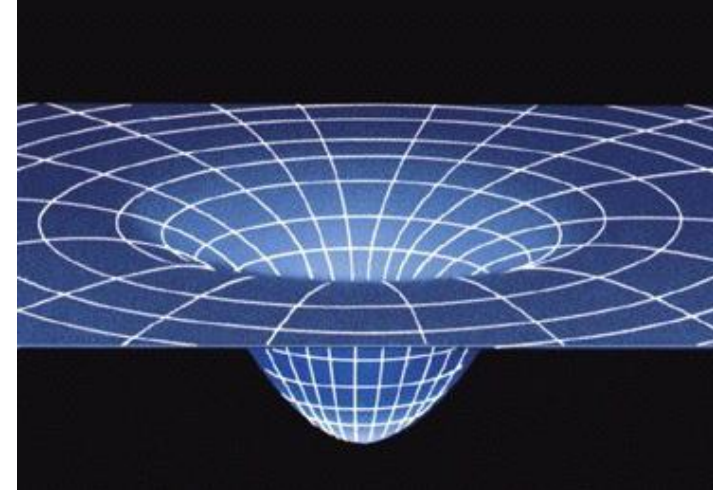
ESTRELAS DE QUARKS - ESTRUTURA

- Redução dos quarks estranhos na superfície da origem a um campo elétrico ultra forte.



LEMBRANDO...

- Devido à alta densidade a teoria da Gravitação de Newton não é apropriada para descrever a estrutura de uma estrela compacta.
- Precisamos fazer uso da teoria da gravitação de Einstein.



$$ds^2 = e^{\nu(r)} c^2 dt^2 - e^{\lambda(r)} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \longrightarrow \text{Métrica}$$

$$T_{\nu}^{\mu} = (p + \epsilon) u^{\mu} u_{\nu} + p \delta_{\nu}^{\mu} \longrightarrow \text{Tensor Energia-Momento}$$

$$G_{\nu\mu} = 8\pi T_{\nu\mu} \longrightarrow \text{Equação de Einstein}$$

$$\frac{dp}{dr} = - \frac{[p(r) + \epsilon(r)][m(r) + 4\pi r^3 p(r)]}{r(r - 2m(r))} \longrightarrow \text{Equação de Tolmann-Oppenheimer-Volkoff (TOV) – Equilíbrio hidrostático.}$$

$$m(r) = 4\pi \int_0^r dr r^2 \epsilon(r) \longrightarrow \text{Continuidade de massa}$$



ESTRELAS DE QUARKS - ESTRUTURA

- Intensidade do campo elétrico é alta o suficiente para causar curvatura do espaço-tempo.

$$T_{\nu}^{\mu} = (p + \epsilon)u_{\nu}u^{\mu} + p\delta_{\nu}^{\mu} + \frac{1}{4\pi} \left(F^{\mu l} F_{\nu l} + \frac{1}{4\pi} \delta_{\nu}^{\mu} F_{kl} F^{kl} \right) \longrightarrow \text{Tensor Energia-Momento}$$

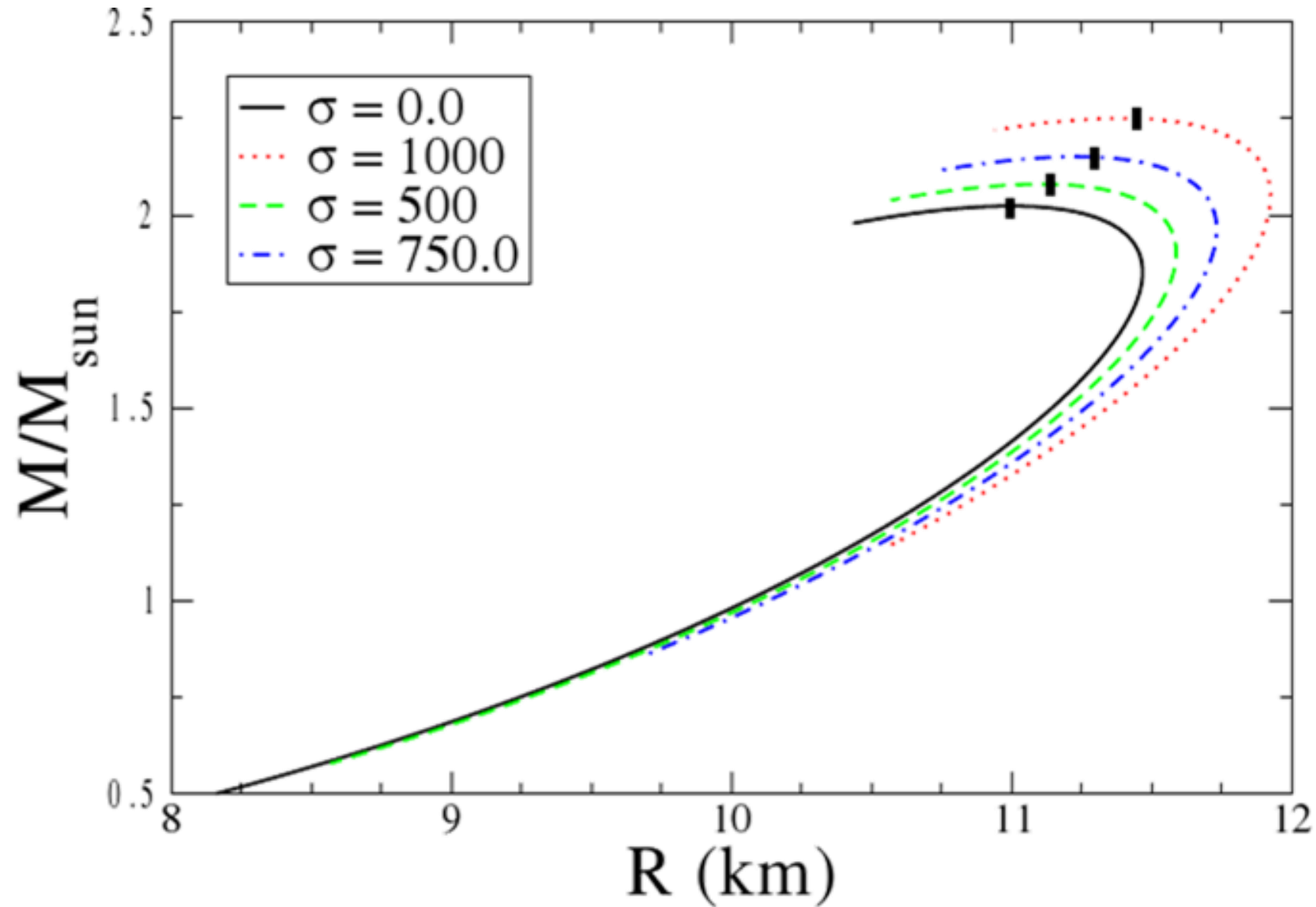
$$\frac{dP}{dr} = - \frac{2G \left(m + \frac{4\pi r^3}{c^2} \left(p + \frac{Q^2}{4\pi r^4 c^2} \right) \right)}{c^2 r^2 \left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r} + \frac{GQ^2}{r^2 c^4} \right)} (p + \epsilon) - \frac{Q}{4\pi r^4} \frac{dQ}{dr} \longrightarrow \text{Equação de Tolmann-Oppenheimer-Volkoff (TOV) – Equilíbrio hidrostático.}$$

$$\frac{dm}{dr} = \frac{4\pi r^2}{c^2} \epsilon + \frac{Q}{c^2 r} \frac{dQ}{dr} \longrightarrow \text{Equação de continuidade de massa}$$

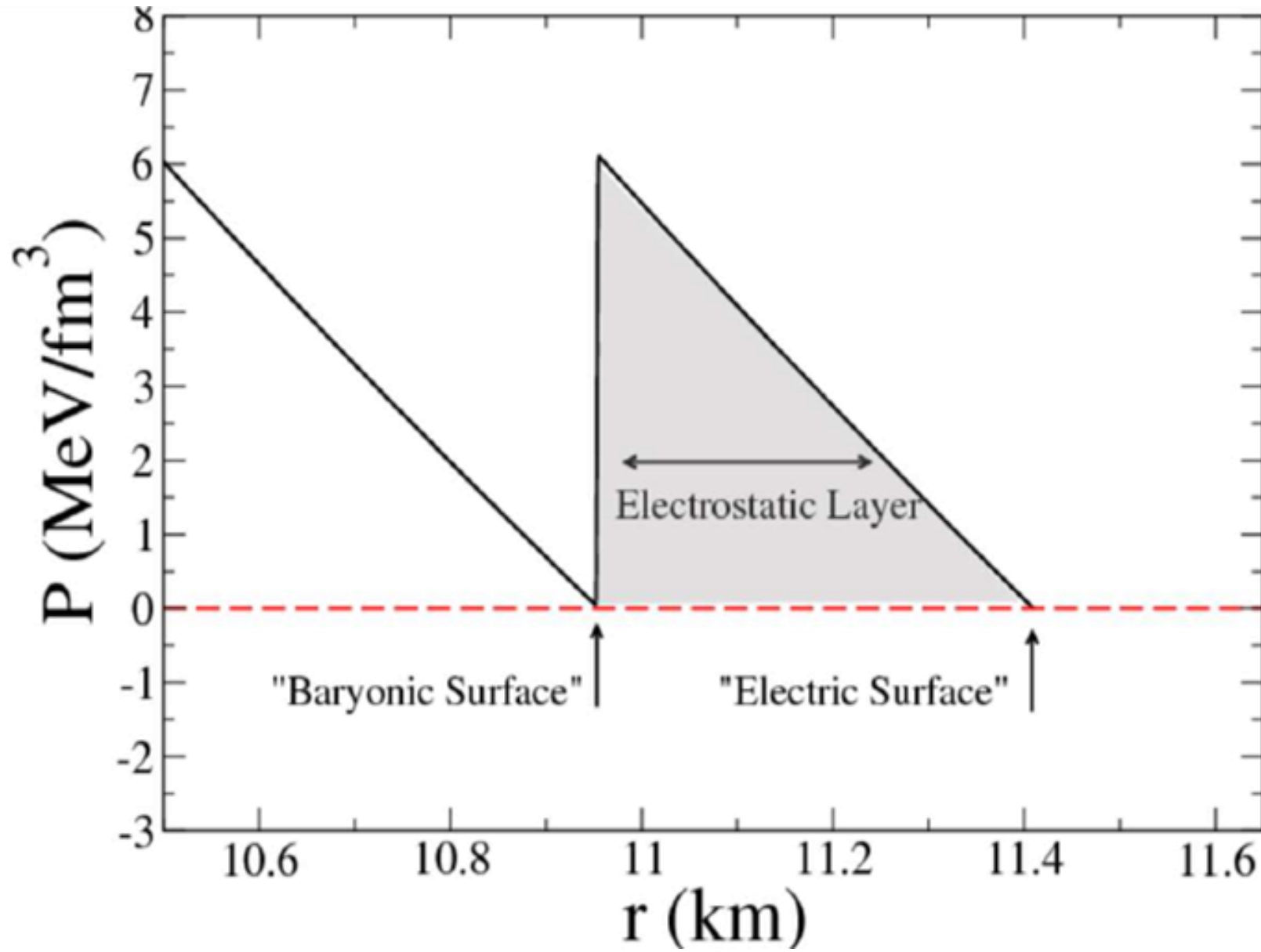
$$\frac{dQ}{dr} = \frac{r^2 \sigma \exp(-((r - r_g)/b)^2) \exp(\Lambda/2)}{2(\sqrt{\pi} b^3/4 + r_g b^2 + \sqrt{\pi} r_g^2 b/2)} \longrightarrow \text{Equação de Gauss relativística.}$$



ESTRELAS DE QUARKS - ESTRUTURA

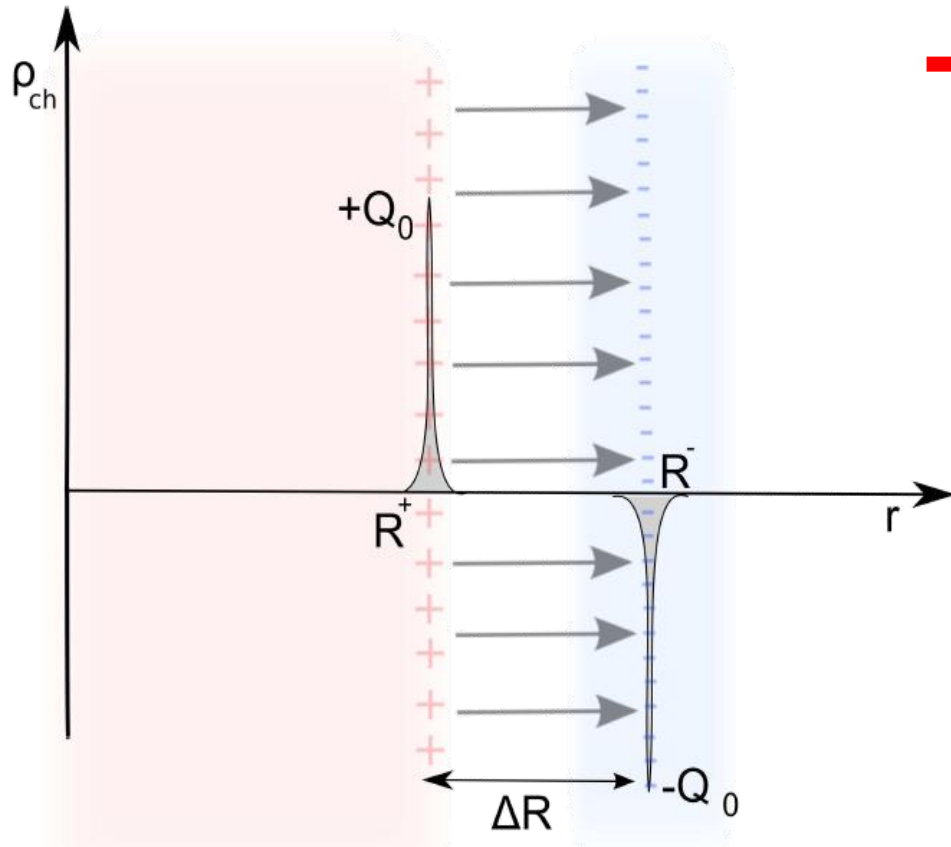


ESTRELAS DE QUARKS - ESTRUTURA



ESTRELAS DE QUARKS - ESTRUTURA

- Stellar mass of GLOBALY neutral quark stars



$$\rho_{ch} = +K \frac{\delta(r - R^+)}{4\pi r^2} - K \frac{\delta(r - R^-)}{4\pi r^2}$$

$$m_{\mathcal{E}} = \int_0^r \frac{Q(r')^2}{2r'^2} dr' + \frac{Q(r)^2}{2r}$$

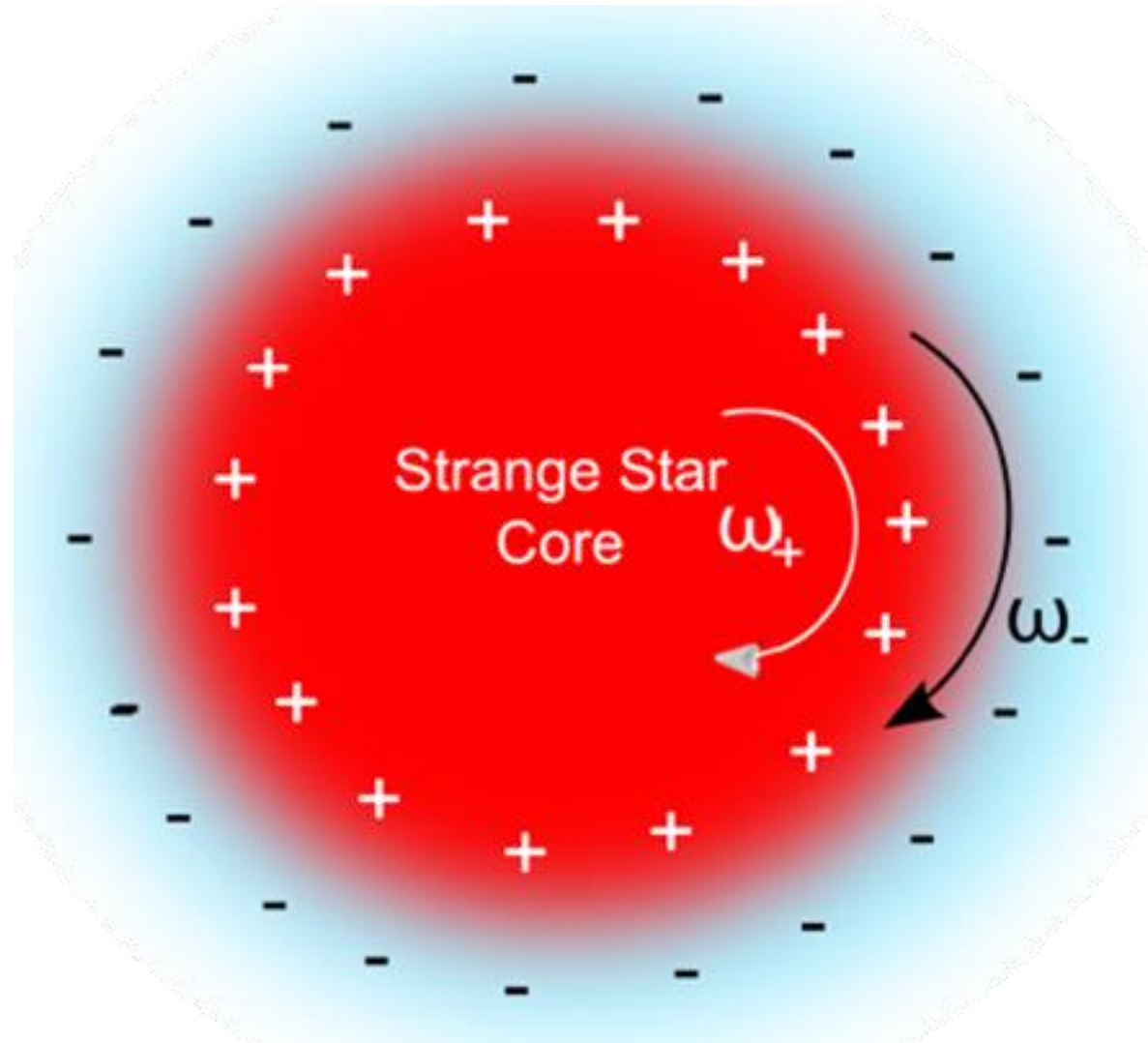
$$\frac{M_{\mathcal{E}}}{M_{\odot}} = 3.12^{-61} R_s^4 E^2 \frac{\Delta R}{R^+ R^-}$$

Massa eletromagnética



ESTRELAS DE QUARKS - ESTRUTURA

- Efeitos de rotação



Estrelas de Quarks - Estrutura - NEUTRA

Corrente
superficial

$$\longrightarrow I = \sigma (\omega_+ - \omega_-)$$

Campo
dipolar

$$\longrightarrow \vec{B} = \frac{1}{3} \mu_0 \sigma (\omega_+ - \omega_-) \frac{R^4}{r^3} (2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta})$$

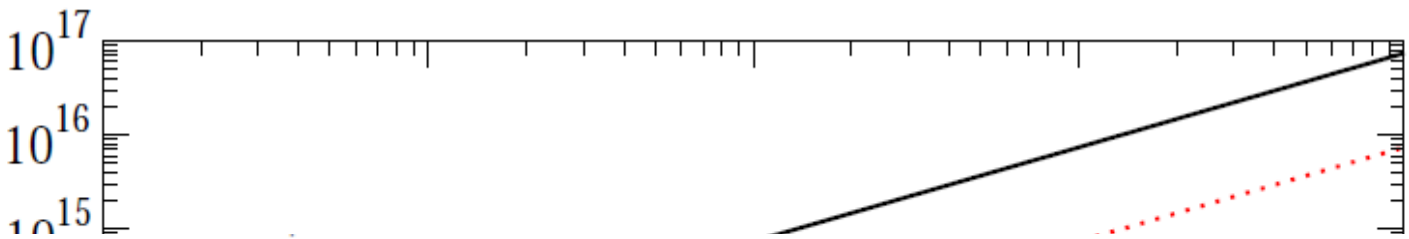


$$B_p = E(\omega_+ - \omega_-) R \times 7.4104 \times 10^{-9} \text{ G}$$

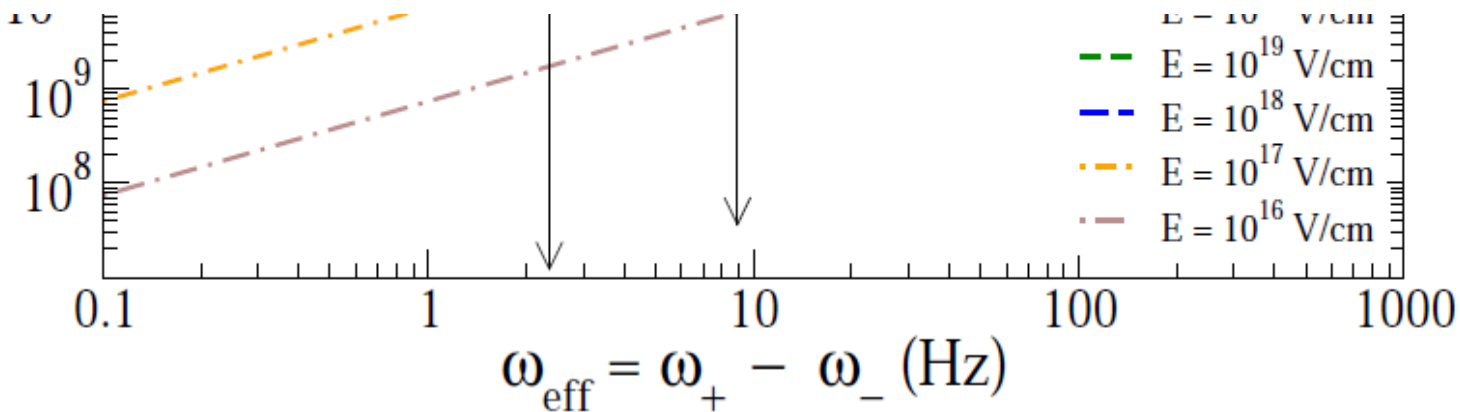
$$B_{eq} = E(\omega_+ - \omega_-) R \times 3.7052 \times 10^{-9} \text{ G}$$



Estrelas de Quarks - Estrutura - NEUTRA

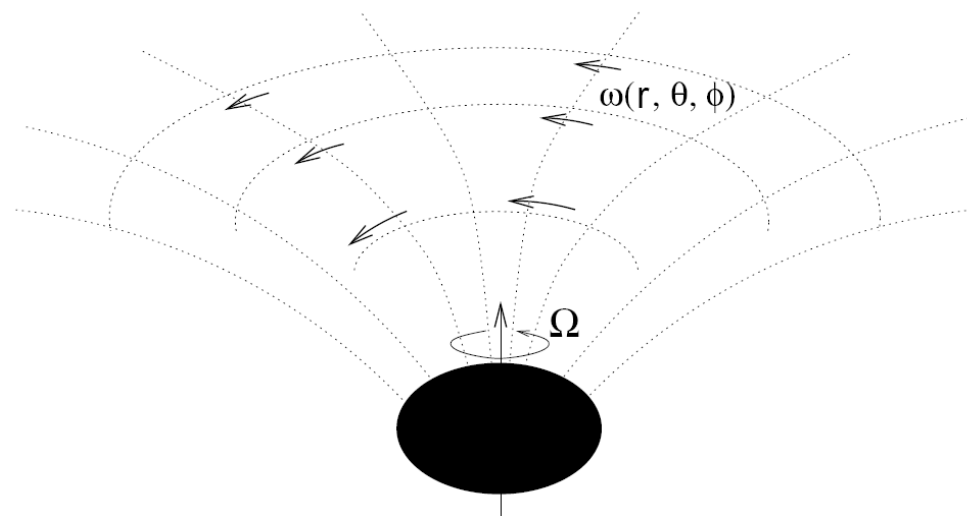


CCO	Ω (Hz)	B (10^{11} G)
RX J0822.0-4300	8.928	< 9.8
1E 1207.4-5209	2.3584	< 3.3
CXOU J185238.6+004020	9.5238	3.1



ESTRELAS DE NÊUTRONS COM ROTAÇÃO NÃO NULA

- Devido a conservação de momento angular, estrelas compactas podem ter altas frequências de rotação (possivelmente acima de 700 hz).
- Rotação quebra a simetria esférica, aumentando os graus de liberdade do Sistema.
- Uma distribuição de matéria girando irá “arrastar” os referenciais inerciais consigo: *Efeito de Lense-Thirring*.



EQUAÇÕES DE CAMPO E ESTRUTURA

- Queremos descrever um sistema composto de um fluido perfeito, com simetria axial e auto-gravitante. Nessas circunstâncias podemos escrever a métrica como

$$ds^2 = -e^{\gamma+\rho} dt^2 + e^{2\alpha}(dr^2 + r^2 d\theta^2) + e^{\gamma-\rho} r^2 \sin^2 \theta (d\phi - \omega dt)^2$$

- Com o tensor momento energia de um fluido perfeito (assim como no caso de estrelas esfericamente simétricas)

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + P)u^\mu u^\nu + P g^{\mu\nu}$$

- Evidentemente precisamos também de uma equação de estado relacionando pressão e densidade de energia.



EQUAÇÕES DE CAMPO E ESTRUTURA

- Diferentemente do caso estacionário, precisamos resolver a equação de Einstein explicitamente em todo o espaço.
- As equações para as funções métricas podem ser escritas como

$$\nabla^2[\rho e^{\gamma/2}] = S_\rho(r, \mu) ,$$

$$\left(\nabla^2 + \frac{1}{r} \partial_r - \frac{\mu}{r^2} \partial_\mu \right) [\gamma e^{\gamma/2}] = S_\gamma(r, \mu) ,$$

$$\left(\nabla^2 + \frac{2}{r} \partial_r - \frac{2\mu}{r^2} \partial_\mu \right) [\omega e^{(\gamma - 2\rho)/2}] = S_\omega(r, \mu) ,$$



EQUAÇÕES DE CAMPO E ESTRUTURA

- Onde as fontes são dadas por

$$S_\rho(r, \mu) = e^{\gamma/2} \left\{ 8\pi e^{2\alpha} (\rho_0 + \rho_i + P) \frac{1 + v^2}{1 - v^2} + r^2 (1 - \mu^2) e^{-2\rho} \left(\omega_{,r}^2 + \frac{1 - \mu^2}{r^2} \omega_{,\mu}^2 \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{r} \gamma_{,r} - \frac{\mu}{r^2} \gamma_{,\mu} + \frac{\rho}{2} \left[16\pi e^{2\alpha} P - \gamma_{,r} \left(\frac{1}{2} \gamma_{,r} + \frac{1}{r} \right) - \frac{1}{r^2} \gamma_{,\mu} \left(\frac{1 - \mu^2}{2} \gamma_{,\mu} - \mu \right) \right] \right\},$$

$$S_\gamma(r, \mu) = e^{\gamma/2} \left[16\pi e^{2\alpha} P + \frac{\gamma}{2} \left(16\pi e^{2\alpha} P - \frac{1}{2} \gamma_{,r}^2 - \frac{1 - \mu^2}{2r^2} \gamma_{,\mu}^2 \right) \right],$$

$$S_\omega(r, \mu) = e^{\gamma - 2\rho/2} \left\{ -16\pi e^{2\alpha} \frac{(\Omega - \omega)(\rho_0 + \rho_i + P)}{1 - v^2} + \omega \left[-8\pi e^{2\alpha} \frac{(1 + v^2)(\rho_0 + \rho_i) + 2v^2 P}{1 - v^2} - \frac{1}{r} \left(2\rho_{,r} + \frac{1}{2} \gamma_{,r} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\mu}{r^2} \left(2\rho_{,\mu} + \frac{1}{2} \gamma_{,\mu} \right) + \frac{1}{4} (4\rho_{,r}^2 - \gamma_{,r}^2) + \frac{1 - \mu^2}{4r^2} (4\rho_{,\mu}^2 + \gamma_{,\mu}^2) - r^2 (1 - \mu^2) e^{-2\rho} \left(\omega_{,r}^2 + \frac{1 - \mu^2}{r^2} \omega_{,\mu}^2 \right) \right] \right\},$$



EQUAÇÕES DE CAMPO E ESTRUTURA

- Já a equação para a ultima função métrica, pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \alpha_{,\mu} = & -\frac{1}{2}(\rho_{,\mu} + \gamma_{,\mu}) - \{(1 - \mu^2)(1 + r\gamma_{,r})^2 + [\mu - (1 - \mu^2)\gamma_{,\mu}]^2\}^{-1} \left[\frac{1}{2} [r^2(\gamma_{,rr} + \gamma_{,r}^2) - (1 - \mu^2)(\gamma_{,\mu\mu} + \gamma_{,\mu}^2)] [-\mu + (1 - \mu^2)\gamma_{,\mu}] \right. \\ & + r\gamma_{,r} \left[\frac{1}{2} \mu + \mu r\gamma_{,r} + \frac{1}{2}(1 - \mu^2)\gamma_{,\mu} \right] + \frac{3}{2} \gamma_{,\mu} [-\mu^2 + \mu(1 - \mu^2)\gamma_{,\mu}] - r(1 - \mu^2)(\gamma_{,r\mu} + \gamma_{,r}\gamma_{,\mu})(1 + r\gamma_{,r}) - \frac{1}{4} \mu r^2(\rho_{,r} + \gamma_{,r})^2 \\ & - \frac{r}{2} (1 - \mu^2)(\rho_{,r} + \gamma_{,r})(\rho_{,\mu} + \gamma_{,\mu}) + \frac{1}{4} \mu(1 - \mu^2)(\rho_{,\mu} + \gamma_{,\mu})^2 - \frac{r^2}{2} (1 - \mu^2)\gamma_{,r}(\rho_{,r} + \gamma_{,r})(\rho_{,\mu} + \gamma_{,\mu}) \\ & + \frac{1}{4} (1 - \mu^2)\gamma_{,\mu} [r^2(\rho_{,r} + \gamma_{,r})^2 - (1 - \mu^2)(\rho_{,\mu} + \gamma_{,\mu})^2] + (1 - \mu^2)e^{-2\rho} \left\{ \frac{1}{4} r^4 \mu \omega_{,r}^2 + \frac{1}{2} r^3 (1 - \mu^2) \omega_{,r} \omega_{,\mu} - \frac{1}{4} r^2 \mu (1 - \mu^2) \omega_{,\mu}^2 \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} r^4 (1 - \mu^2) \gamma_{,r} \omega_{,r} \omega_{,\mu} - \frac{1}{4} r^2 (1 - \mu^2) \gamma_{,\mu} [r^2 \omega_{,r}^2 - (1 - \mu^2) \omega_{,\mu}^2] \right\} \right]. \end{aligned}$$



EQUAÇÕES DE CAMPO E ESTRUTURA

- Vale notar que nas equações acima Ω é a velocidade angular medida por um observador no infinito e v é a velocidade própria da matéria com respeito a um observador com zero momento angular (ZAMO), dada por

$$v = (\Omega - \omega)r \sin \theta e^{-\rho}$$

- E as componentes no espaço das coordenadas da quadri-velocidade são

$$u^\mu = \frac{e^{-(\rho + \gamma)/2}}{(1 - v^2)^{1/2}} [1, 0, 0, \Omega]$$



EQUAÇÕES DE CAMPO E ESTRUTURA

- Juntamente das equações de campo, é necessário impor a condição de equilíbrio hidrostático:

$$dP - (\rho_0 + \rho_i + P)[d \ln u^t + u^t u_\phi d\Omega] = 0$$

- Finalmente, se o caso de rotação diferencial deseja ser considerado, é necessário se impor uma lei que descreva tal rotação: $F(\Omega)$.
- Uma lei bastante usada na literatura é

$$F(\Omega) = A^2(\Omega_c - \Omega)$$



SOLUÇÕES NUMÉRICAS

- Como mencionado anteriormente, é necessário resolver as equações de Einstein em todo o espaço, o que significa um domínio infinito. Para tanto, faremos uma mudança de variáveis mapeando o espaço todo em coordenadas que variam de 0 à 1

$$\bar{r} \equiv \bar{r}_e \left(\frac{s}{1-s} \right)$$

- Onde $\bar{r}_e$ é um raio adimensional da superfície da matéria no equador.



SOLUÇÕES NUMÉRICAS

- As três equações diferenciais para as três primeiras funções métricas são resolvidas por uma expansão em funções de Green

$$\rho(s, \mu) = -e^{-\gamma/2} \sum_{n=0}^{\infty} P_{2n}(\mu) \left[\left(\frac{1-s}{s} \right)^{2n+1} \int_0^s \frac{ds' s'^{2n}}{(1-s')^{2n+2}} \int_0^1 d\mu' P_{2n}(\mu') \tilde{S}_\rho(s', \mu') \right. \\ \left. + \left(\frac{s}{1-s} \right)^{2n} \int_s^1 \frac{ds' (1-s')^{2n-1}}{s'^{2n+1}} \int_0^1 d\mu' P_{2n}(\mu') \tilde{S}_\rho(s', \mu') \right],$$

$$\gamma(s, \mu) = -\frac{2e^{-\gamma/2}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin [(2n-1)\theta]}{(2n-1) \sin \theta} \left[\left(\frac{1-s}{s} \right)^{2n} \int_0^s \frac{ds' s'^{2n-1}}{(1-s')^{2n+1}} \int_0^1 d\mu' \sin [(2n-1)\theta'] \tilde{S}_\gamma(s', \mu') \right. \\ \left. + \left(\frac{s}{1-s} \right)^{2n-2} \int_s^1 \frac{ds' (1-s')^{2n-3}}{s'^{2n-1}} \int_0^1 d\mu' \sin [(2n-1)\theta'] \tilde{S}_\gamma(s', \mu') \right],$$

$$\hat{\omega}(s, \mu) = -e^{(2\rho-\gamma)/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_{2n-1}^1(\mu)}{2n(2n-1) \sin \theta} \left[\left(\frac{1-s}{s} \right)^{2n+1} \int_0^s \frac{ds' s'^{2n}}{(1-s')^{2n+2}} \int_0^1 d\mu' \sin \theta' P_{2n-1}^1(\mu') \tilde{S}_{\hat{\omega}}(s', \mu') \right. \\ \left. + \left(\frac{s}{1-s} \right)^{2n-2} \int_s^1 \frac{ds' (1-s')^{2n-3}}{s'^{2n-1}} \int_0^1 d\mu' \sin \theta' P_{2n-1}^1(\mu') \tilde{S}_{\hat{\omega}}(s', \mu') \right],$$



SOLUÇÕES NUMÉRICAS

- Nas equações anteriores as fontes efetivas (calculadas usando os valores da ultima iteração) são dadas por

$$\begin{aligned}\tilde{S}_\rho(s, \mu) &= e^{\gamma/2} \left\| 8\pi e^{2\alpha} \bar{r}_e^2 (\bar{\epsilon} + \bar{P}) \left(\frac{s}{1-s} \right)^2 \frac{1+v^2}{1-v^2} \right. \\ &\quad + \left(\frac{s}{1-s} \right)^2 (1-\mu^2) e^{-2\rho} \{ [s(1-s)\hat{\omega}_{,s}]^2 + (1-\mu^2)\hat{\omega}_{,\mu}^2 \} \\ &\quad + s(1-s)\gamma_{,s} - \mu\gamma_{,\mu} + \frac{\rho}{2} \left\{ 16\pi e^{2\alpha} \bar{r}_e^2 \bar{P} \left(\frac{s}{1-s} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. \left. - s(1-s)\gamma_{,s} \left[\frac{s(1-s)}{2} \gamma_{,s} + 1 \right] - \gamma_{,\mu} \left(\frac{1-\mu^2}{2} \gamma_{,\mu} - \mu \right) \right\} \right\|, \\ \tilde{S}_\gamma(s, \mu) &= e^{\gamma/2} \left\{ 16\pi e^{2\alpha} \bar{r}_e^2 \bar{P} \left(\frac{s}{1-s} \right)^2 + \frac{\gamma}{2} \left[16\pi e^{2\alpha} \bar{r}_e^2 \bar{P} \left(\frac{s}{1-s} \right)^2 - \frac{s^2(1-s)^2}{2} \gamma_{,s}^2 - \frac{1-\mu^2}{2} \gamma_{,\mu}^2 \right] \right\}, \\ \tilde{S}_{\hat{\omega}}(s, \mu) &= e^{(\gamma-2\rho)/2} \left\| -16\pi e^{2\alpha} \frac{(\hat{\Omega} - \hat{\omega})}{1-v^2} \bar{r}_e^2 (\bar{\epsilon} + \bar{P}) \left(\frac{s}{1-s} \right)^2 \right. \\ &\quad + \hat{\omega} \left\{ -8\pi e^{2\alpha} \bar{r}_e^2 \frac{(1+v^2)\bar{\epsilon} + 2v^2 P}{1-v^2} \left(\frac{s}{1-s} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - s(1-s) \left(2\rho_{,s} + \frac{1}{2} \gamma_{,s} \right) + \mu \left(2\rho_{,\mu} + \frac{1}{2} \gamma_{,\mu} \right) + \frac{s^2(1-s)^2}{4} (4\rho_{,s}^2 - \gamma_{,s}^2) \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1-\mu^2}{4} (4\rho_{,\mu}^2 - \gamma_{,\mu}^2) - (1-\mu^2) e^{-2\rho} \left[s^4 \hat{\omega}_{,s}^2 + \frac{s^2(1-\mu^2)}{(1-s)^2} \hat{\omega}_{,\mu}^2 \right] \right\} \right\|, \end{aligned}$$

$$\hat{\omega} \equiv \bar{r}_e \bar{\omega} \quad \text{and} \quad \hat{\Omega} \equiv \bar{r}_e \bar{\Omega}.$$



SOLUÇÕES NUMÉRICAS

- A ultima equação pode ser integrada diretamente

$$\begin{aligned}\alpha_{,\mu} = & -\frac{1}{2}(\rho_{,\mu} + \gamma_{,\mu}) - \{(1 - \mu^2)[1 + s(1 - s)\gamma_{,s}]^2 + [-\mu + (1 - \mu^2)\gamma_{,\mu}]^2\}^{-1} \\ & \times \left[\frac{1}{2} \{s(1 - s)[s(1 - s)\gamma_{,s}]_{,s} + s^2(1 - s)^2\gamma_{,s}^2 - [(1 - \mu^2)\gamma_{,\mu}]_{,\mu} - \gamma_{,\mu}[-\mu + (1 - \mu^2)\gamma_{,\mu}]\}[-\mu + (1 - \mu^2)\gamma_{,\mu}] \right. \\ & + \frac{1}{4} [s^2(1 - s)^2(\rho_{,s} + \gamma_{,s})^2 - (1 - \mu^2)(\rho_{,\mu} + \gamma_{,\mu})^2][-\mu + (1 - \mu^2)\gamma_{,\mu}] \\ & - s(1 - s)(1 - \mu^2) \left[\frac{1}{2}(\rho_{,s} + \gamma_{,s})(\rho_{,\mu} + \gamma_{,\mu}) + \gamma_{,s\mu} + \gamma_{,s}\gamma_{,\mu} \right] [1 + s(1 - s)\gamma_{,s}] \\ & + s(1 - s)\mu\gamma_{,s}[1 + s(1 - s)\gamma_{,s}] + \frac{1}{4}(1 - \mu^2)e^{-2\rho} \left\{ 2 \frac{s^3}{1 - s} (1 - \mu^2)\hat{\omega}_{,s}\hat{\omega}_{,\mu}[1 + s(1 - s)\gamma_{,s}] \right. \\ & \left. \left. - \left[s^4\hat{\omega}_{,s}^2 - \frac{s^2}{(1 - s)^2} (1 - \mu^2)\hat{\omega}_{,\mu}^2 \right] [-\mu + (1 - \mu^2)\gamma_{,\mu}] \right\} \right],\end{aligned}$$



SOLUÇÕES NUMÉRICAS – GRANDEZAS ESTRUTURAIS

- Uma vez que os campos (métrica) são conhecidas, as grandezas físicas que descrevem a estrutura estelar podem ser calculadas

- Massa Gravitacional

$$M = \frac{4\pi\kappa^{1/2}c^2\bar{r}_e^3}{G} \int_0^1 \frac{s^2 ds}{(1-s)^4} \int_0^1 d\mu e^{2\alpha+\gamma} \left\{ \frac{\bar{\epsilon} + \bar{P}}{1-v^2} \left[1 + v^2 + \frac{2sv}{1-s} (1-\mu^2)^{1/2} \hat{\omega} e^{-\rho} \right] + 2\bar{P} \right\}.$$

- Massa de repouso

$$M_0 = \frac{4\pi\kappa^{1/2}c^2\bar{r}_e^3}{G} \int_0^1 \frac{s^2 ds}{(1-s)^4} \int_0^1 d\mu e^{2\alpha+(\gamma-\rho)/2} \frac{\bar{\rho}_0}{(1-v^2)^{1/2}},$$



SOLUÇÕES NUMÉRICAS – GRANDEZAS ESTRUTURAIS

➤ Massa própria

$$M_p = \frac{4\pi\kappa^{1/2}c^2\bar{r}_e^3}{G} \int_0^1 \frac{s^2 ds}{(1-s)^4} \int_0^1 d\mu e^{2\alpha+(\gamma-\rho)/2} \frac{\bar{\epsilon} + \bar{P}}{(1-v^2)^{1/2}}.$$

➤ Momento angular

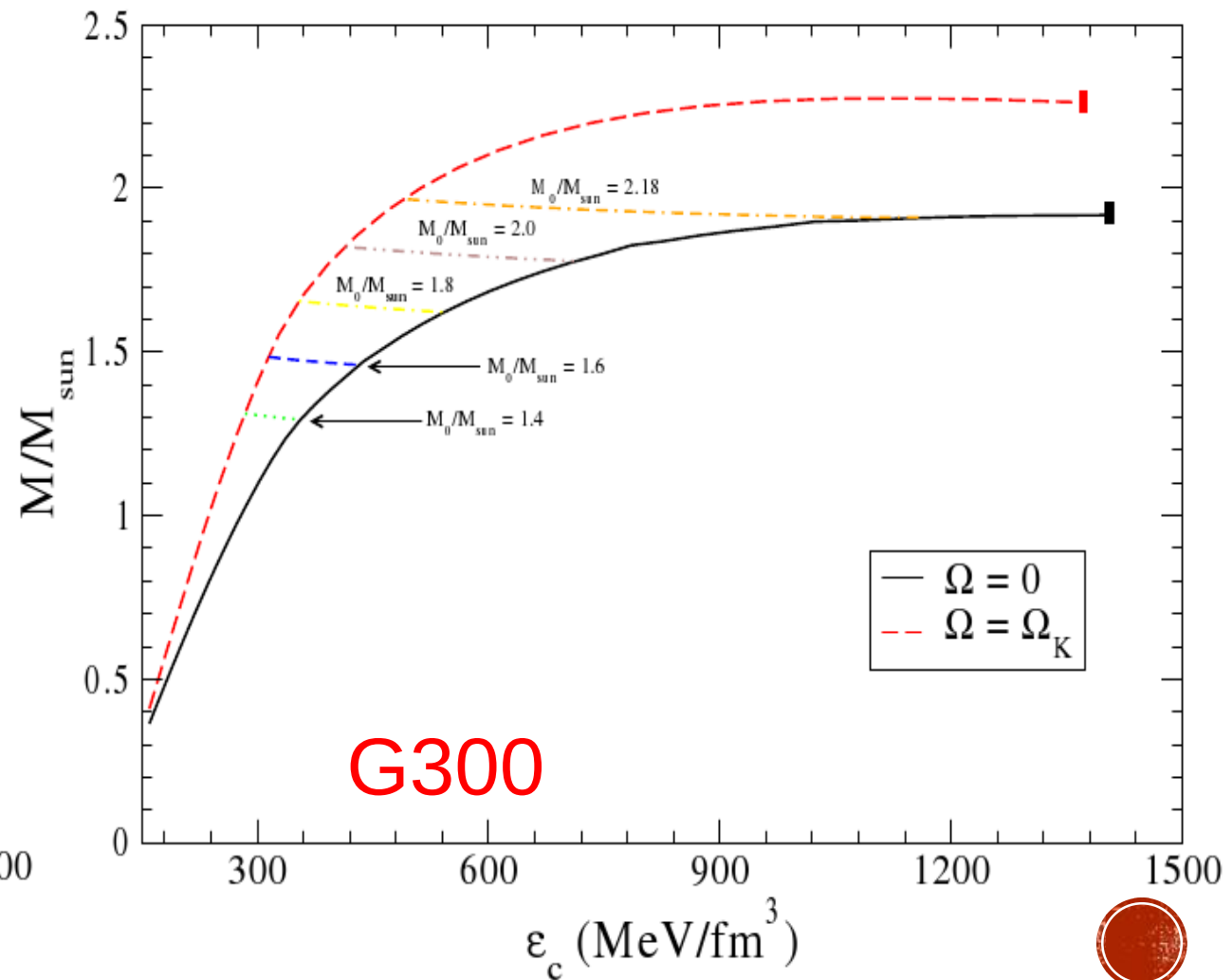
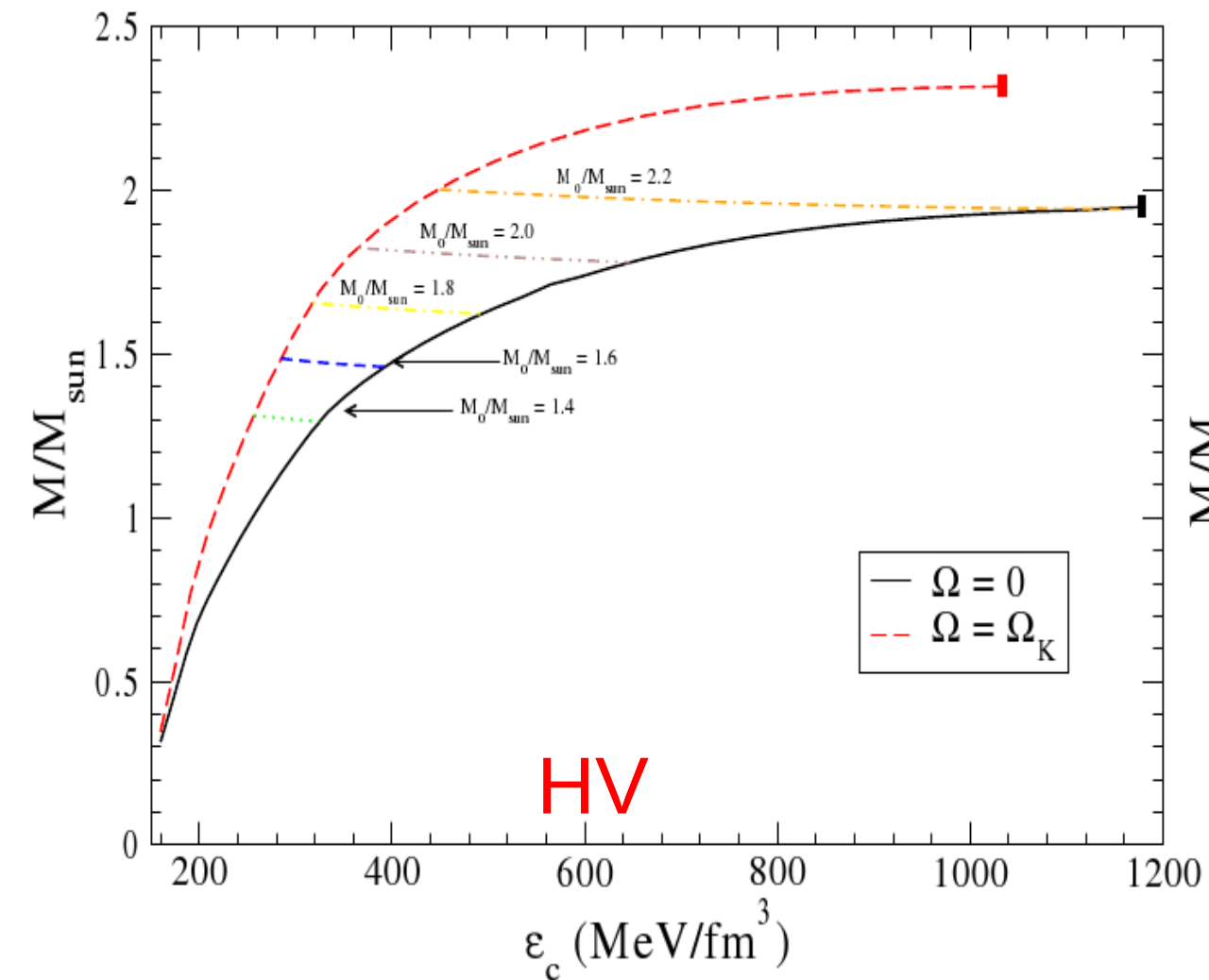
$$J = \frac{4\pi\kappa c^3\bar{r}_e^4}{G} \int_0^1 \frac{s^3 ds}{(1-s)^5} \int_0^1 d\mu (1-\mu^2)^{1/2} e^{2\alpha+\gamma-\rho} (\bar{\epsilon} + \bar{P}) \frac{v}{1-v^2}$$

➤ Energia cinética

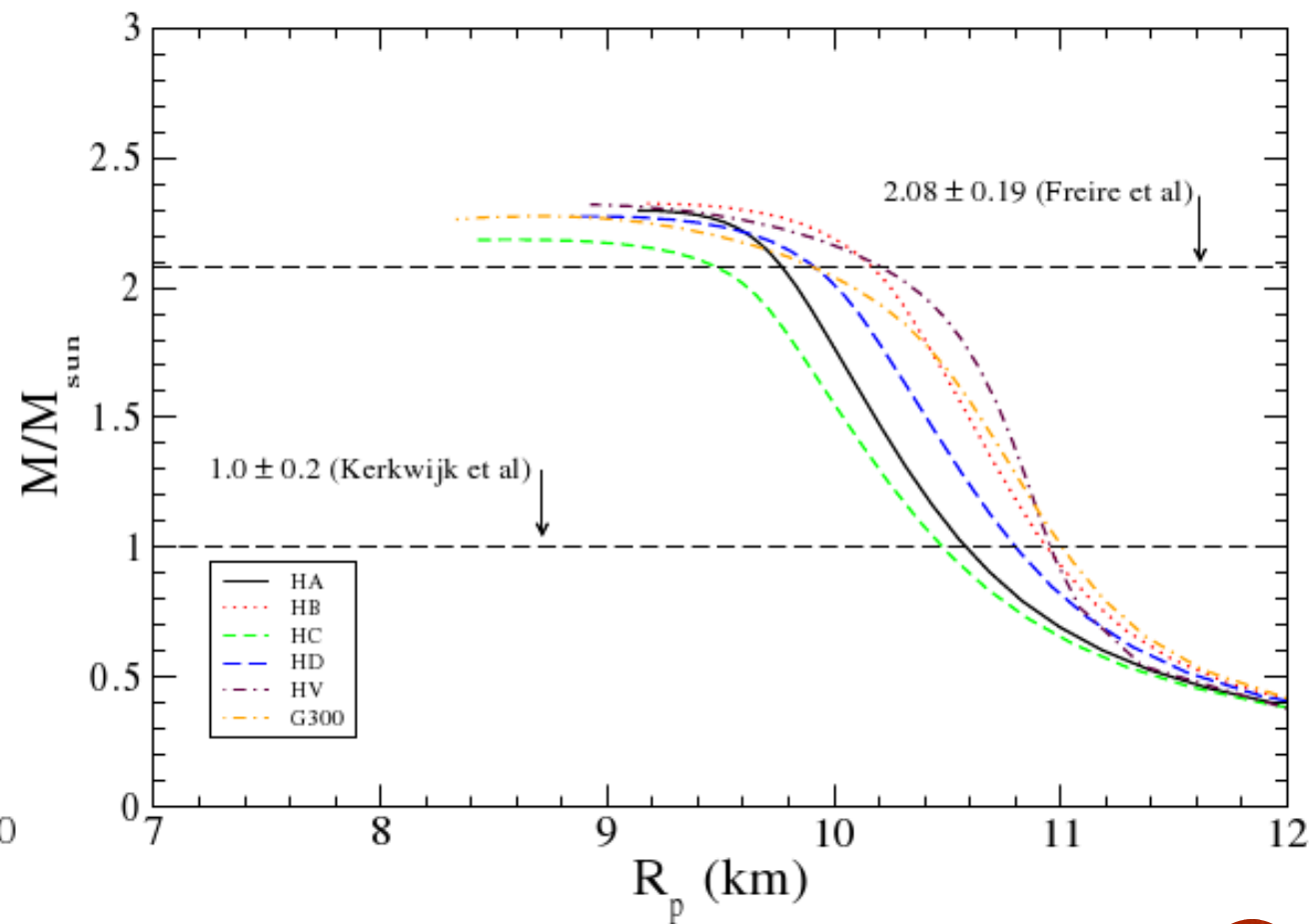
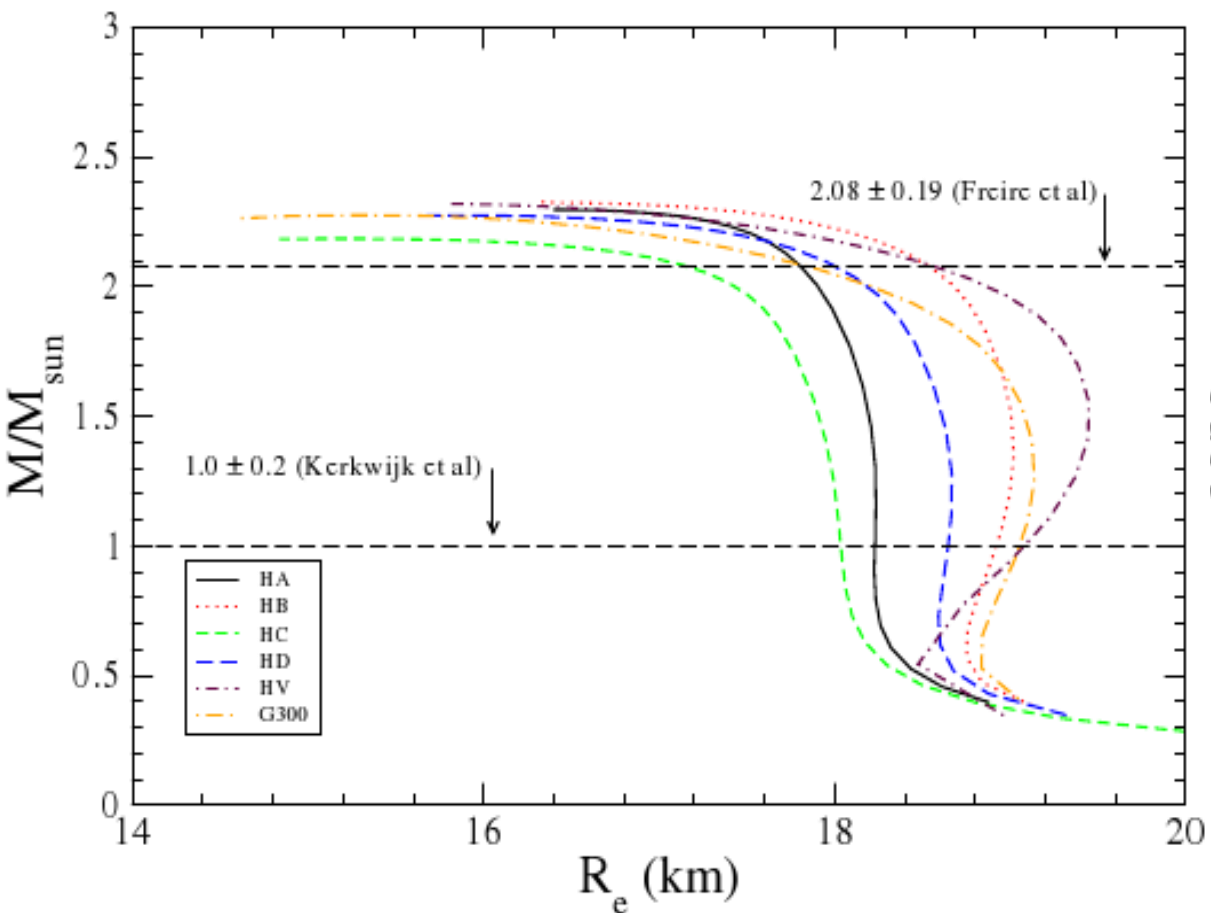
$$T = \frac{2\pi\kappa^{1/2}c^2\bar{r}_e^3}{G} \int_0^1 \frac{s^3 ds}{(1-s)^5} \int_0^1 d\mu (1-\mu^2)^{1/2} e^{2\alpha+\gamma-\rho} (\bar{\epsilon} + \bar{P}) \frac{v\hat{\Omega}}{1-v^2}$$



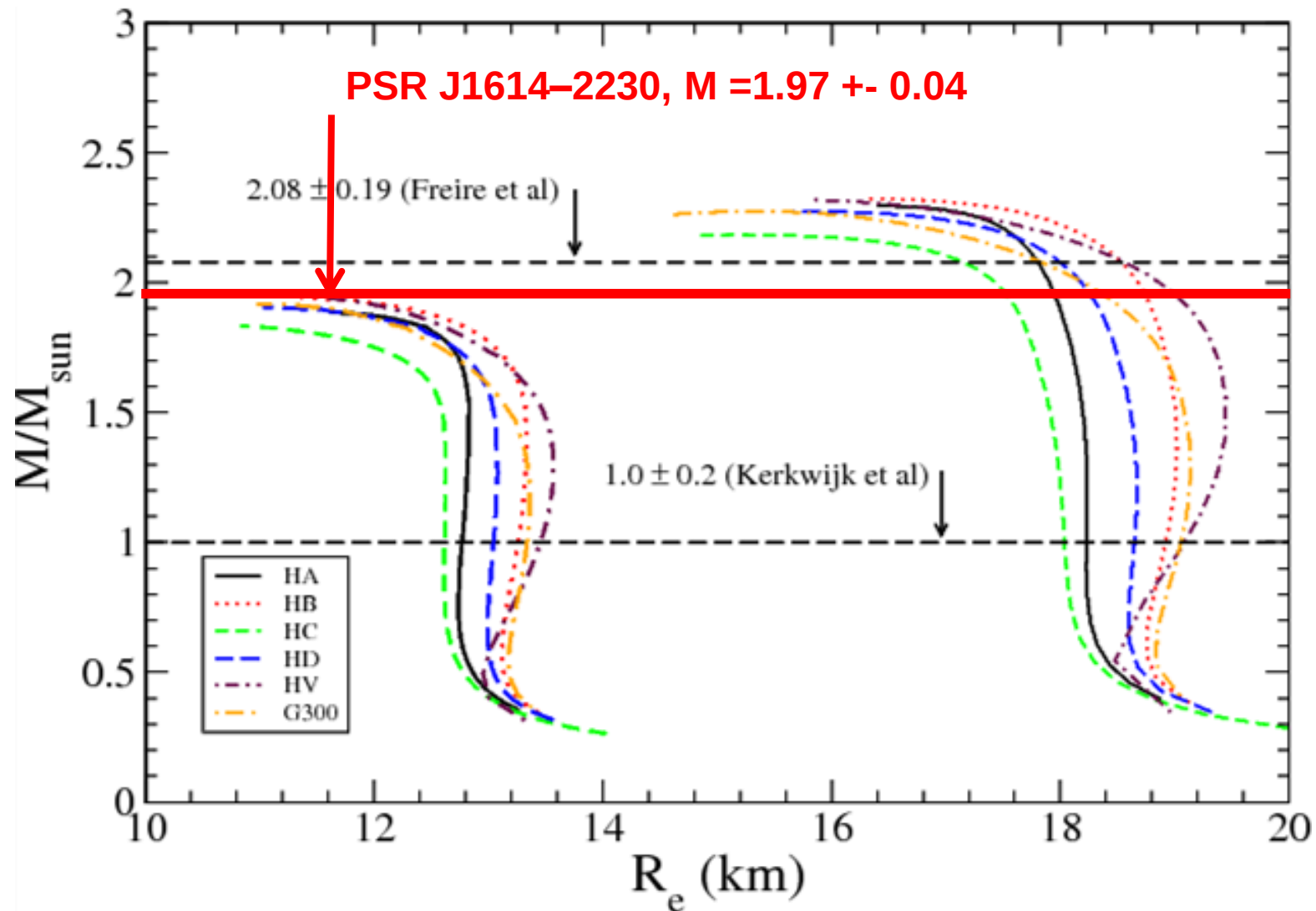
ESTRELAS DE NÊUTRONS - ESTRUTURA



ESTRELAS DE NÊUTRONS - ESTRUTURA



ESTRELAS DE NÊUTRONS - ESTRUTURA



ESTRELAS DE NÊUTRONS MAGNETIZADAS

- Existem grandes evidencias que indicam a existência de campos magnéticos em estrelas de nêutrons.
- Embora existam evidencias concretas da existência de campos na superfícies desses objetos, pouco se sabe sobre a morfologia dos campos no interior desses objetos.
- Não obstante, é razoável considerar que os campos podem permear o interior de estrelas de nêutrons e possivelmente afetar sua estrutura.
- Vamos agora discutir como descrever a estrutura de estrelas de nêutrons com fontes de campo magnético em seu interior.



ESTRELAS DE NÊUTRONS MAGNETIZADAS

- Primeiramente devemos considerar quem além da contribuição do fluido perfeito, o tensor energia-momento terá também contribuições do campo eletromagnético

$$T^{\alpha\beta} = (e + p)u^\alpha u^\beta + pg^{\alpha\beta} + \frac{1}{4\pi} \left(F^{\alpha\rho} F^\beta{}_\rho - \frac{1}{4} g^{\alpha\beta} F_{\rho\sigma} F^{\rho\sigma} \right)$$

- Lembrando que $F_{\alpha\beta} \equiv A_{\beta,\alpha} - A_{\alpha,\beta}$ onde A_α é o um-forma que descreve o potencial eletromagnético.
- Consideramos a métrica mais geral, estacionária, que leva em conta simetria axial e circularidade

$$g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = -e^{2\nu} dt^2 + e^{-2\nu} G^2 r^2 \sin^2 \theta (d\phi - N^\phi dt)^2 + e^{2(\zeta - \nu)} (dr^2 + r^2 d\theta^2)$$



ESTRELAS DE NÊUTRONS MAGNETIZADAS

- Podemos então escrever as equações de Einstei como

$$\begin{aligned}\Delta_3 v &= \sigma_v , \\ \tilde{\Delta}_3 \tilde{N}^\phi &= \sigma_{\tilde{N}^\phi} , \\ \Delta_2 \tilde{G} &= \sigma_{\tilde{G}} , \\ \Delta_2 \zeta &= \sigma_\zeta ,\end{aligned}\quad \text{onde} \quad \begin{aligned}\tilde{N}^\phi &\equiv r \sin \theta N^\phi , \\ \tilde{G} &\equiv r \sin \theta G ,\end{aligned}$$

e as definições a seguir foram usadas

$$\begin{aligned}\Delta_2 &\equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} , \\ \Delta_3 &\equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \tan \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} , \\ \tilde{\Delta}_3 &\equiv \Delta_3 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} .\end{aligned}$$



ESTRELAS DE NÊUTRONS MAGNETIZADAS

- Onde as fontes das equações anteriores são dadas por

$$\sigma_v = 4\pi G_N e^{2(\zeta-v)}(E + S^i_i) + \frac{1}{2} e^{-4v} G^2 r^2 \sin^2 \theta (\partial N^\phi)^2 - \partial v \partial(\ln G),$$

$$\sigma_{\tilde{N}\phi} = - \frac{16\pi G_N e^{2\zeta+v}}{G^2} \frac{I_\phi}{r \sin \theta} - r \sin \theta \partial N^\phi \partial[\ln(e^{-4v} G^3)],$$

$$\sigma_{\tilde{G}} = 8\pi G_N e^{2(\zeta-v)} G r \sin \theta (S^r_r + S^\theta_\theta),$$

$$\sigma_\zeta = 8\pi G_N e^{2(\zeta-v)} S^\phi_\phi + \frac{3}{4} e^{-4v} G^2 r^2 \sin^2 \theta (\partial N^\phi)^2 - (\partial v)^2$$

Onde a seguinte notação foi adotada

$$\partial X \partial Y \equiv \frac{\partial X}{\partial r} \frac{\partial Y}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial X}{\partial \theta} \frac{\partial Y}{\partial \theta}$$

temos também que G_N é a constante gravitacional e n^α é o quadri-vetor ortogonal a fatias temporais tipo-espaço.

Além disso $h_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} + n_\alpha n_\beta$ é o tensor de projeção tipo-espaço



ESTRELAS DE NÊUTRONS MAGNETIZADAS

- Nas fontes descritas anteriores, podemos dividir a contribuição do fluido-perfeito e aquela do campo eletromagnético. Para o fluido perfeito temos

$$\begin{aligned}E^{\text{PF}} &= \Gamma^2(e + p) - p , \\(I^{\text{PF}})_\phi &= e^{-\nu} Gr \sin \theta (E^{\text{PF}} + p) U , \\(S^{\text{PF}})_r &= p , \quad (S^{\text{PF}})_\theta = p , \quad (S^{\text{PF}})_\phi = p + (E^{\text{PF}} + p) U^2\end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}\Gamma &= (1 - U^2)^{-1/2} \\U &= e^{-2\nu} Gr \sin \theta (\Omega - N^\phi),\end{aligned}$$



ESTRELAS DE NÊUTRONS MAGNETIZADAS

- Já as fontes eletromagnéticas são dadas por

$$E^{\text{EM}} = \frac{1}{8\pi} (E_i E^i + B_i B^i) ,$$

$$(I^{\text{EM}})_\phi = \frac{1}{4\pi} e^{2\zeta - 3\nu} Gr^2 \sin \theta (E^r B^\theta - E^\theta B^r) ,$$

$$(S^{\text{EM}})_r = \frac{1}{8\pi} (E_\theta E^\theta - E_r E^r + B_\theta B^\theta - B_r B^r) ,$$

$$(S^{\text{EM}})_\theta = -(S^{\text{EM}})_r, \quad (S^{\text{EM}})_\phi = E^{\text{EM}} ,$$

Onde nestas equações os campos elétricos e magnéticos são aqueles observados por um observador Euleriano

$$E_\alpha = n^\beta F_{\alpha\beta} = \left[0, e^{-\nu} \left(\frac{\partial A_t}{\partial r} + N^\phi \frac{\partial A_\phi}{\partial r} \right), e^{-\nu} \left(\frac{\partial A_t}{\partial \theta} + N^\phi \frac{\partial A_\phi}{\partial \theta} \right), 0 \right]$$

$$B_\alpha = -\frac{1}{2} \epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} n^\beta F^{\rho\sigma} = \left(0, \frac{e^\nu}{Gr^2 \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \theta}, -\frac{e^\nu}{G \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial r}, 0 \right)$$



ESTRELAS DE NÊUTRONS MAGNETIZADAS

- Além da equação de Einstein para a métrica, é necessário resolver simultaneamente as equações de Maxwell em um espaço-tempo curvo, essas dadas por

$$\Delta_3 A_t = \sigma_{A_t}$$

$$\tilde{\Delta}_3 \tilde{A}^\phi = \sigma_{\tilde{A}^\phi}$$

- Com as fontes

$$\begin{aligned} \sigma_{A_t} = & -4\pi e^{2(\zeta - \nu)}(g_{tt}J^t + g_{t\phi}J^\phi) + e^{-2\nu}g_{t\phi}\partial A_t\partial N^\phi \\ & - (2 + e^{-2\nu}g_{tt})\partial A_\phi\partial N^\phi \\ & - (\partial A_t + 2N^\phi\partial A_\phi)\partial[\ln(e^{-2\nu}G)] \\ & - \frac{2N^\phi}{r}\left(\frac{\partial A_\phi}{\partial r} + \frac{1}{r\tan\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\theta}\right), \\ \sigma_{\tilde{A}^\phi} = & -4\pi e^{2\zeta - 4\nu}G^2r\sin\theta(J^\phi - N^\phi J^t) \\ & + e^{-4\nu}G^2r\sin\theta\partial N^\phi(\partial A_t + N^\phi\partial A_\phi) \\ & + \frac{1}{r\sin\theta}\partial A_\phi\partial[\ln(e^{-2\nu}G)]. \end{aligned}$$



ESTRELAS DE NÊUTRONS MAGNETIZADAS

- Finalmente a condição de equilíbrio hidrostática precisa ser imposta

$$\frac{1}{e+p} p_{,i} + v_{,i} - (\ln \Gamma)_{,i} - \frac{1}{e+p} F_{i\alpha} J^\alpha = 0$$

- A técnica numérica para a resolução deste problema é a mesma que aquela discutida para o caso rotacional puro.



ESTRELAS DE NÊUTRONS MAGNETIZADAS

