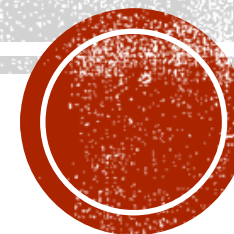


FÍSICA DE ESTRELAS DE NÊUTRONS

Prof. Rodrigo Negreiros – UFF

XI Escola do CBPF



PROGRAMA

- ~~I. Introdução.~~
 - ~~II. Visão geral de estrelas compactas.~~
 - III. Física nuclear relativística.
 - IV. Estrelas de Nêutrons no contexto da física nuclear.
 - Relatividade Geral – revisão
 - Estrutura de estrelas de nêutrons dentro do contexto da relatividade geral.
 - Estrelas de nêutrons com rotação não nula.
 - Estrelas de nêutrons com campos Magnéticos.
 - Evolução de estrelas de nêutrons – aspectos gerais.
 - Evolução rotacional de estrelas de nêutrons.
 - Evolução térmica de estrelas de nêutrons.
 - Evolução termo-rotacional de estrelas de nêutrons.
- Aula I
- Aula II
- Aula III
- Aula IV
- Aula V
- Aula VI
- Aula VII
- Aula VIII



**PARA UM MELHOR APROVEITAMENTO DO
CONTEÚDO MINISTRADO, RECOMENDAMOS À
AUDIÊNCIA QUE MANTENHA OS APARELHOS
ELETRÔNICOS (CELULARES, LAPTOPS)
DESLIGADOS DURANTE AS AULAS.**

**COMISSÃO ORGANIZADORA
XI ESCOLA DO CBPF**

FÍSICA NUCLEAR RELATIVÍSTICA

- Estrelas de nêutrons são objetos extremamente densos, com densidades médias de até 5 vezes aquela da matéria nuclear.
- Nas altas densidades em estrelas de nêutrons é energeticamente favorável que os prótons e nêutrons (nucleons) se transformem em baryons mais energéticos que contem estranheza (via interação eletrofraca).
- Dependendo da densidade alcançada dentro de estrelas de nêutrons e de propriedades fundamentais da interação forte, é possível que uma transição de fase para matéria de quarks desconfiada ocorra.
- Vamos estabelecer um *framework* para estudarmos a matéria nuclear no regime de altas densidades de estrelas de nêutrons, fazendo uso do nosso conhecimento teórico e experimental da física nuclear.



PROPRIEDADES DA MATÉRIA NUCLEAR

- Desejamos embasar nossa descrição da matéria em estrelas de nêutrons nos dados empíricos que temos da matéria nuclear em “bulk” (grandes volumes).
- Matéria nuclear infinita e simétrica (bulk) é uma idealização que remete a fórmula de massa de Weizsacker e o modelo da gota líquida.
- Ainda que uma idealização, tem propriedades bem definidas relacionadas aos núcleos finitos.

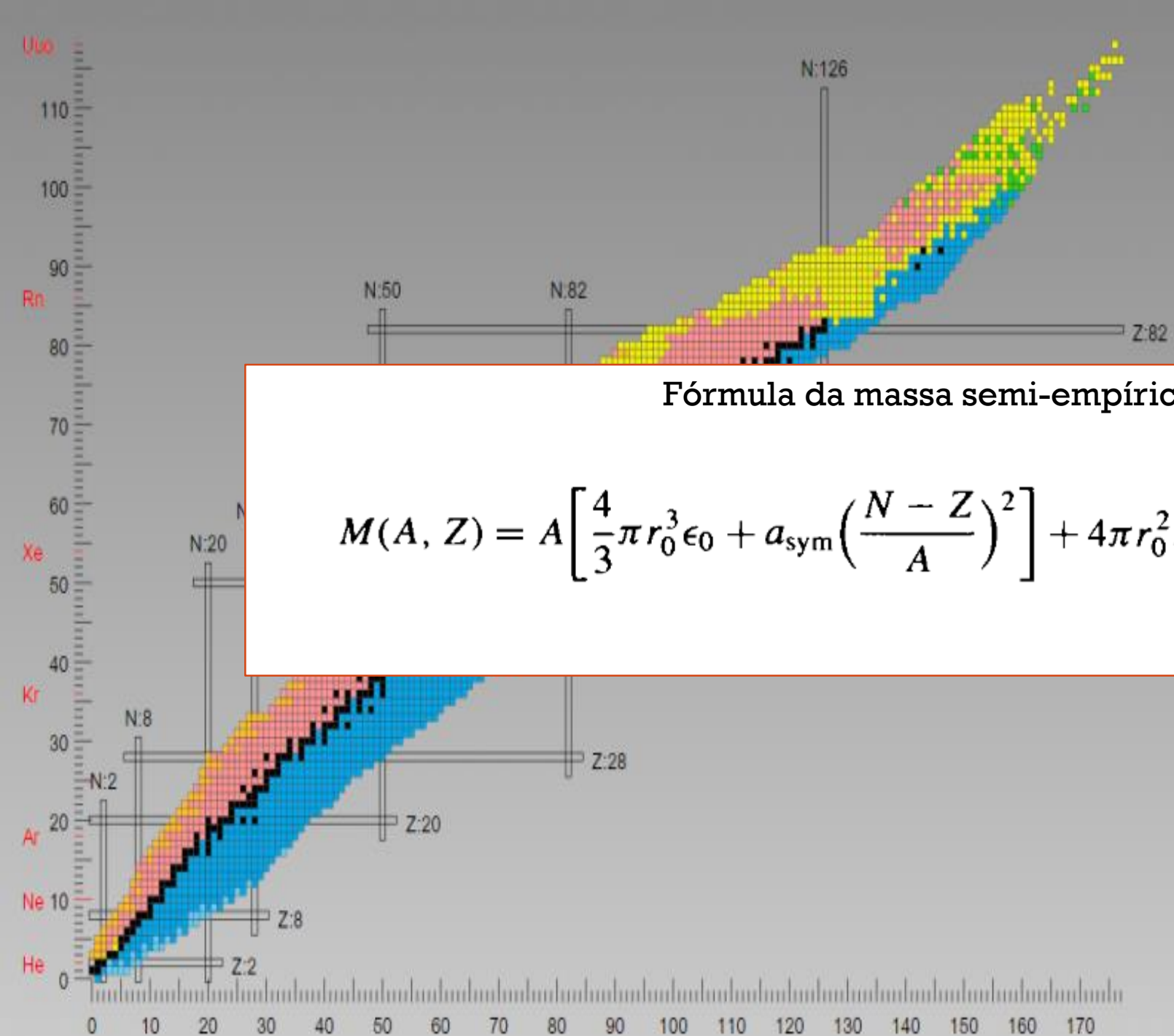


PROPRIEDADES DA MATÉRIA NUCLEAR

- Núcleos (e portanto a matéria) saturados. Não altera a mais de energia constante. Ser a de matéria
- Essa energia deve ser corrigida por fatores empíricos, levando em conta, repulsão Coulombiana, energia superficial e etc.

Fórmula da massa semi-empírica

$$M(A, Z) = A \left[\frac{4}{3} \pi r_0^3 \epsilon_0 + a_{\text{sym}} \left(\frac{N - Z}{A} \right)^2 \right] + 4 \pi r_0^2 A^{2/3} \epsilon_{\text{surf}} + \frac{3}{5} \frac{e^2 Z^2}{r_0 A^{1/3}}.$$



PROPRIEDADES DA MATÉRIA NUCLEAR

- Com base na formula anterior (na realidade com várias melhorias feitas ao longo dos anos com a adição de uma tremenda quantidade de dados empíricos da massa e propriedades medidas de núcleos), é possível determinar que, para matéria nuclear simétrica e infinita (“Bulk”)

$$B/A = -16.3 \text{ MeV}, \quad a_{\text{sym}} = 32.5 \text{ MeV}.$$

- A densidade de saturação é $\rho_0 = [(4\pi/3)r_0^3]^{-1} = 0.153 \text{ fm}^{-3}$.
- De onde tiramos que

$$\rho_0 = 4 \int_0^{k_F} \frac{dk}{(2\pi)^3} = \frac{2k_F^3}{3\pi^2}, \quad \longrightarrow \quad k_F = 1.31 \text{ fm}^{-1}.$$



PROPRIEDADES DA MATÉRIA NUCLEAR

- Temos também outras propriedades nucleares que podemos extrair da matéria nuclear:
 - Compressibilidade K
 - Massa efetiva dos nucleons.
 - Coeficiente angular da energia de simetria na saturação.
- Todos os modelos microscópicos desenvolvidos para estrelas de nêutrons devem, necessariamente, reproduzir os valores empíricos das propriedades da matéria nuclear “bulk”.



FORMALISMO DE LAGRANGE

- Para um sistema relativístico, escrevemos a ação como $S = \int_{t_1}^{t_2} d^4x \mathcal{L}[\phi(x), \partial_\mu \phi(x)]$.
- Cujas variações são escritas como

$$\begin{aligned}\delta S &= \int_{t_1}^{t_2} d^4x \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} \delta \phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \delta (\partial_\mu \phi) \right\} \\ &= \int_{t_1}^{t_2} d^4x \left\{ \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) \delta \phi + \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \delta \phi \right) \right\} \\ &= \int_{t_1}^{t_2} d^4x \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) \delta \phi(x).\end{aligned}$$

- Fazendo as variações do campo como arbitrárias, exceto nos pontos t_1 e t_2 (onde são nulas), encontramos

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi(x)} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} = 0.$$

- Que é a equação de *Euler-Lagrange* para o campo $\phi(x)$



CAMPOS BOSONICOS

- Consideramos a presença de um campo bosonico escalar $\sigma(x)$

$$\mathcal{L}_\sigma = \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) ,$$

- Cujas equações de movimento são $(\square + m_\sigma^2)\sigma(x) = 0$,
- Consideremos também um campo vetorial ω_μ para um méson de massa m_ω , definindo $\omega_{\mu\nu} = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu$ temos

$$\mathcal{L}_\omega = -\frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu$$

- Com equações de Euler-Lagrange:

$$(\square + m_\omega^2)\omega_\mu - \partial_\mu \partial^\nu \omega_\nu = 0$$



CAMPOS BOSONICOS

- Precisamos descrever também o triplet de mésons $\rho^0, \rho^\pm$, onde

$$\rho^\mu \equiv (\rho_1^\mu, \rho_2^\mu, \rho_3^\mu)$$

- A partir do qual podemos descrever a lagrangiana como

$$\mathcal{L}_\rho = -\frac{1}{4}\rho_{\mu\nu} \cdot \rho^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2 \rho_\mu \cdot \rho^\mu,$$

- Cujas equações de movimento se reduzem à

$$(\square + m_\rho^2)\rho^\mu = 0.$$



CAMPOS FERMIONICOS

- Usamos a descrição de Dirac para descrever os campos dos prótons e dos nêutrons:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_p (i \not{\partial} - m) \psi_p + \bar{\psi}_n (i \not{\partial} - m) \psi_n .$$

- Que pode ser reescrita se combinarmos os spinores :

$$\psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix} ,$$

- Temos então

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i \not{\partial} - m) \psi .$$



O MODELO $\sigma - \omega$

- Vamos discutir brevemente o modelo de Johnson e Teller, Duerr e Walecka.
- Este modelo é definido em termos dos campos de quatro partículas: os nucleons, um méson escalar e outro vetorial.

- A lagrangiana de interação desse modelo é

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = g_{\sigma} \sigma(x) \bar{\psi}(x) \psi(x) - g_{\omega} \omega_{\mu}(x) \bar{\psi}(x) \gamma^{\mu} \psi(x),$$

- Que junto da parte cinética leva à lagrangiana total

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} \left[i \gamma_{\mu} (\partial^{\mu} + i g_{\omega} \omega^{\mu}) - (m - g_{\sigma} \sigma) \right] \psi \\ & + \frac{1}{2} (\partial_{\mu} \sigma \partial^{\mu} \sigma - m_{\sigma}^2 \sigma^2) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_{\omega}^2 \omega_{\mu} \omega^{\mu}. \end{aligned}$$

- As constantes g_{σ} e g_{ω} são constantes de acoplamento que podem ser determinadas pelos dados empíricos da matéria nuclear.



O MODELO $\sigma - \omega$

- Temos então que a eq. de Euler-Lagrange para os campos bosonicos na presença de interação é

$$(\square + m_\sigma^2)\sigma(x) = g_\sigma \bar{\psi}(x)\psi(x),$$

$$(\square + m_\omega^2)\omega_\mu(x) - \partial_\mu \partial^\nu \omega_\nu(x) = g_\omega \bar{\psi}(x)\gamma_\mu \psi(x).$$

- Já para os nucleons temos

$$\left[\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega \omega^\mu(x)) - (m - g_\sigma \sigma(x)) \right] \psi(x) = 0.$$

- Temos então um sistema extremamente complexo de três equações diferenciais acopladas e não lineares



Relativistic Mean-Field Aproximation (RMF)



RELATIVISTIC MEAN-FIELD APPROXIMATION

$$\begin{aligned}\sigma &\rightarrow \langle \sigma \rangle \\ \omega_\mu &\rightarrow \langle \omega_\mu \rangle\end{aligned}$$

- Substituímos os campos mesônicos pelos seus valores médios
- Substituímos as fontes nucleônicas pelos seus valores médios.
- Usamos também que em matéria estática e uniforme, as correntes fontes são independentes de x , fazendo com que a eq. de Euler-Lagrange também seja.
- Dessa forma as eqs. de Euler-Lagrange para os Bosons se tornam

$$\begin{aligned}m_\sigma^2 \langle \sigma \rangle &= g_\sigma \langle \bar{\psi} \psi \rangle, \\ m_\omega^2 \langle \omega_0 \rangle &= g_\omega \langle \psi^\dagger \psi \rangle, \\ m_\omega^2 \langle \omega_k \rangle &= g_\omega \langle \bar{\psi} \gamma_k \psi \rangle.\end{aligned}$$

- E para os nucleons temos (já com campos médios)

$$\left[\gamma_\mu (k^\mu - g_\omega \omega^\mu) - (m - g_\sigma \sigma) \right] \psi(k) = 0.$$



RELATIVISTIC MEAN-FIELD APPROXIMATION

- Precisamos calcular as correntes fontes, que após algumas redefinições podem ser escritas como

$$\rho \equiv \langle \psi^\dagger \psi \rangle = 4 \int_0^{k_f} \frac{dk}{(2\pi)^3} = \frac{2k_f^3}{3\pi^2}.$$

$$\rho_s \equiv \langle \bar{\psi} \psi \rangle = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_f} k^2 dk \frac{m - g_\sigma \sigma}{\sqrt{k^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2}}.$$

- Onde temos que as equações de mov.:

$$g_\sigma \sigma = \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_f} k^2 dk \frac{m - g_\sigma \sigma}{\sqrt{k^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2}},$$

$$g_\omega \omega_0 = \left(\frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho,$$

$$\omega_k = 0.$$



RELATIVISTIC MEAN-FIELD APPROXIMATION

- Resolvendo as equações anteriores para matéria simétrica, podemos extrair a equação de estado (componentes do tensor energia-momento)

$$\epsilon = -\langle \mathcal{L} \rangle + \langle \bar{\psi} \gamma_0 k_0 \psi \rangle ,$$

$$p = \langle \mathcal{L} \rangle + \frac{1}{3} \langle \bar{\psi} \gamma_i k_i \psi \rangle ,$$

- Que podem ser escritos explicitamente como

$$\epsilon = +\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_f} \sqrt{k^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2} k^2 dk$$

$$p = -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{3} \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_f} \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2}} k^2 dk$$



RELATIVISTIC MEAN-FIELD APPROXIMATION

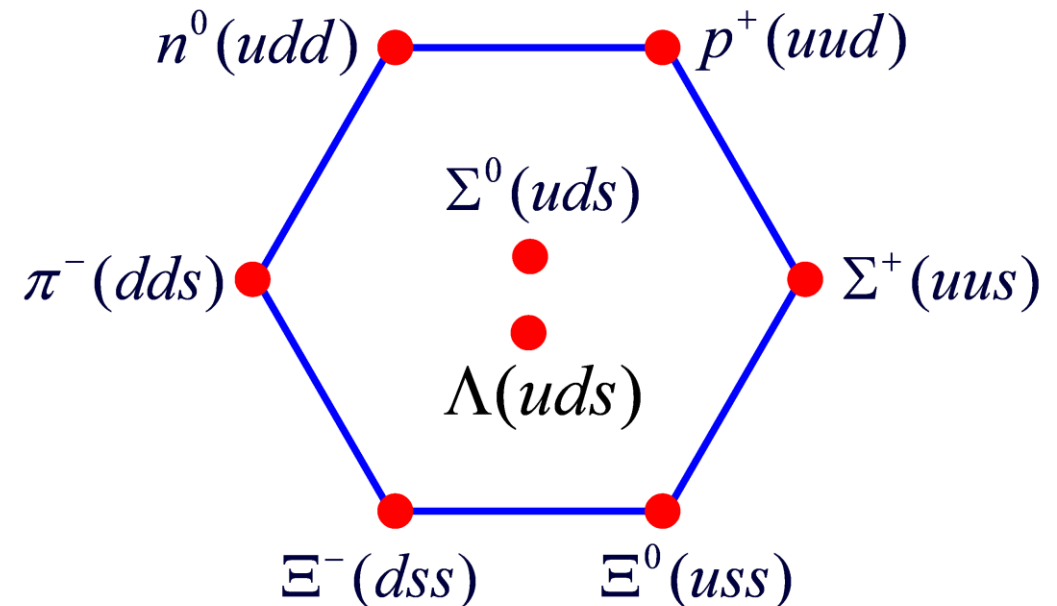
- Com o modelo anterior podemos então calcular as propriedades da matéria nuclear e comparar os resultados com dados empíricos.
- Estes resultados, por sua vez, podem ser usados para refinar o modelo.
- O modelo apresentado é um dos mais simples, muitas melhorias e sofisticacões foram feitas desde então.
- Para citar algumas, temos a inclusão da “auto-interacção” para o campo escalar e forças de Iso-Spin, por exemplo.



MATÉRIA DE ESTRELAS DE NÊUTRONS

- Para descrever a matéria em estrelas de nêutrons, usamos uma generalização do modelo anterior (e as sofisticações mencionadas).
- As interações são mediadas pelos mésons σ , ω e ρ .
- Permitimos a presença do octeto barionico completo

	m (MeV)	J	I_3	q	s
N	939	1/2	1/2	1	0
			-1/2	0	0
Λ	1115		0	0	-1
Σ	1190		1	1	-1
			0	0	-1
			-1	-1	-1
Ξ	1315		1/2	0	-2
			-1/2	-1	-2



MATÉRIA DE ESTRELAS DE NÊUTRONS

- Lagrangiana:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_B + g_{\sigma B} \sigma - g_{\omega B} \gamma_\mu \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho B} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu) \psi_B \\ & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\ & - \frac{1}{4} \rho_{\mu\nu} \cdot \rho^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_\mu \cdot \rho^\mu - \frac{1}{3} b m_n (g_\sigma \sigma)^3 - \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4 \\ & + \sum_\lambda \bar{\psi}_\lambda (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_\lambda) \psi_\lambda .\end{aligned}$$

- Faremos uso da técnica *RMF* discutida para matéria nuclear



MATÉRIA DE ESTRELAS DE NÊUTRONS

- Dentro do contexto da *RMF*, temos que a equação de movimento para os férmions supondo matéria uniforme é

$$(\gamma_\mu k^\mu - m_B + g_{\sigma B} \sigma - g_{\omega B} \gamma_\mu \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho B} \gamma_\mu \tau_3 \rho_3^\mu) \psi_B(k) = 0.$$

- Cujo auto valores para estados de partículas são dados por

$$e_B(k) = g_{\omega B} \omega_0 + g_{\rho B} \rho_{03} I_{3B} + \sqrt{k^2 + (m_B - g_{\sigma B} \sigma)^2},$$

- Já as equações de movimento para os mésons são dadas por

$$\omega_0 = \sum_B \frac{g_{\omega B}}{m_\omega^2} \rho_B,$$

$$\rho_{03} = \sum_B \frac{g_{\rho B}}{m_\rho^2} I_{3B} \rho_B,$$

$$m_\sigma^2 \sigma = \sum_B g_{\sigma B} \rho_{s,B} - b m_n g_\sigma (g_\sigma \sigma)^2 - c g_\sigma (g_\sigma \sigma)^3$$



MATÉRIA DE ESTRELAS DE NÊUTRONS

- As fontes são dadas por

➤ Densidade escalar: $\rho_{s,B} = \sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_B} \frac{m_B^*(\sigma)}{\sqrt{k^2 + m_B^{*2}(\sigma)}} k^2 dk .$

➤ Densidade barionica: $\rho_B = (2J_B + 1)b_B \frac{k_B^3}{(6\pi^2)} ,$

➤ Densidade de carga : $Q_B = (2J_B + 1)q_B \frac{k_B^3}{(6\pi^2)}$

➤ Densidade de estranheza: $S_B = (2J_B + 1)s_B \frac{k_B^3}{(6\pi^2)} .$



MATÉRIA DE ESTRELAS DE NÊUTRONS

- Alguns vínculos:

- Densidade total $\rho = \sum_B \rho_B$

- Neutralidade de carga $q = \sum_B Q_B = 0$

- Equilíbrio Químico $\mu_i = b_i \mu_n + q_i \mu_q$



RESUMINDO

- 3 equações para os campos mesônicos:
- Uma equação para neutralidade de carga
- Uma equação para a densidade barionica
- Duas equações para os momentos de fermi leptonicos
- N equações para os momentos de fermi dos N barions

$$\omega_0 = \sum_B \frac{g_{\omega B}}{m_\omega^2} \rho_B ,$$

$$\rho_{03} = \sum_B \frac{g_{\rho B}}{m_\rho^2} I_{3B} \rho_B ,$$

$$m_\sigma^2 \sigma = \sum_B g_{\sigma B} \rho_{s.B} - b m_n g_\sigma (g_\sigma \sigma)^2 - c g_\sigma (g_\sigma \sigma)^3$$

$$q = \sum_B Q_B = 0$$

$$\rho = \sum_B \rho_B ,$$

$$(m_{e^-}^2 + k_{e^-}^2)^{1/2} = \mu_e ,$$

$$(m_{\mu^-}^2 + k_{\mu^-}^2)^{1/2} = \mu_\mu = \mu_e$$

$$\mu_B = e_B(k_B)$$

$$= g_{\omega B} \omega_0 + g_{\rho B} \rho_{03} I_{3B} + \sqrt{k^2 + (m_B - g_{\sigma B} \sigma)^2}$$



MATÉRIA DE ESTRELAS DE NÊUTRONS

- Reduzimos o problema à um conjunto de equações algébricas e não-lineares que pode ser resolvido numericamente.
- Uma vez que a solução é encontrada, podemos calcular a equação de estado usando o tensor energia-momento

$$T^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu}\mathcal{L} + \sum_{\phi} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\phi)} \partial^{\nu}\phi$$

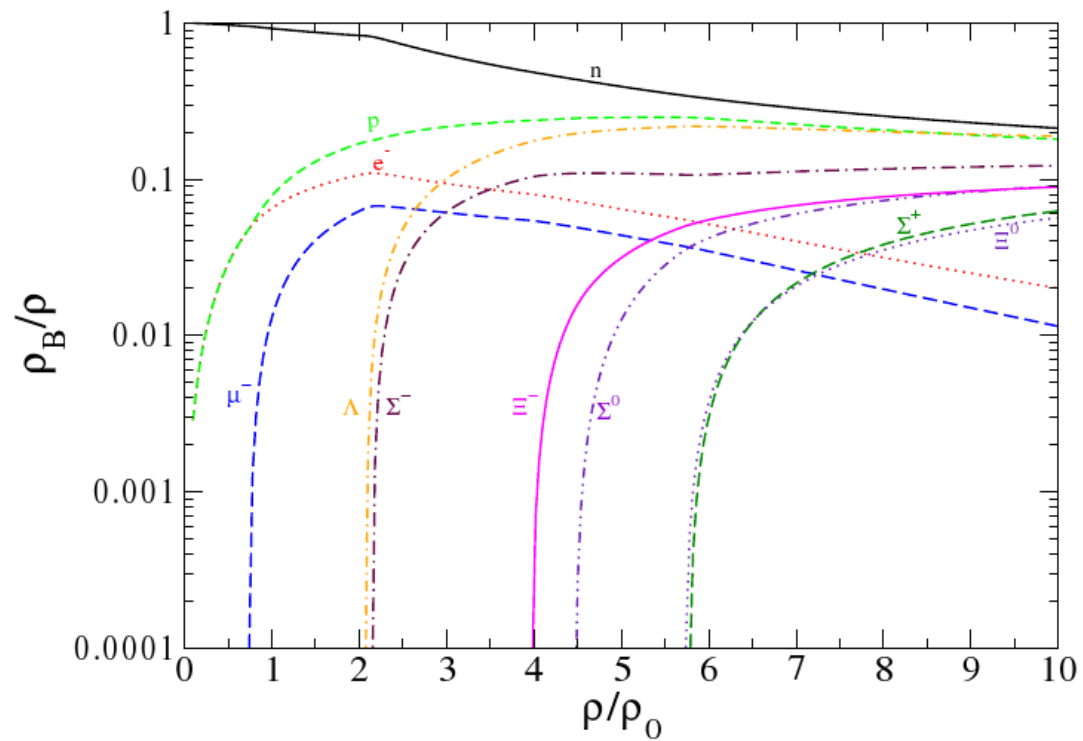
- Do qual tiramos a pressão e a densidade

$$\begin{aligned} \epsilon = & \frac{1}{3}bm_n(g_{\sigma}\sigma)^3 + \frac{1}{4}c(g_{\sigma}\sigma)^4 + \frac{1}{2}m_{\sigma}^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_{\omega}^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_{\rho}^2\rho_{03}^2 \\ & + \sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_B} \sqrt{k^2 + (m_B - g_{\sigma B}\sigma)^2} k^2 dk \\ & + \sum_{\lambda} \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{\lambda}} \sqrt{k^2 + m_{\lambda}^2} k^2 dk. \end{aligned}$$

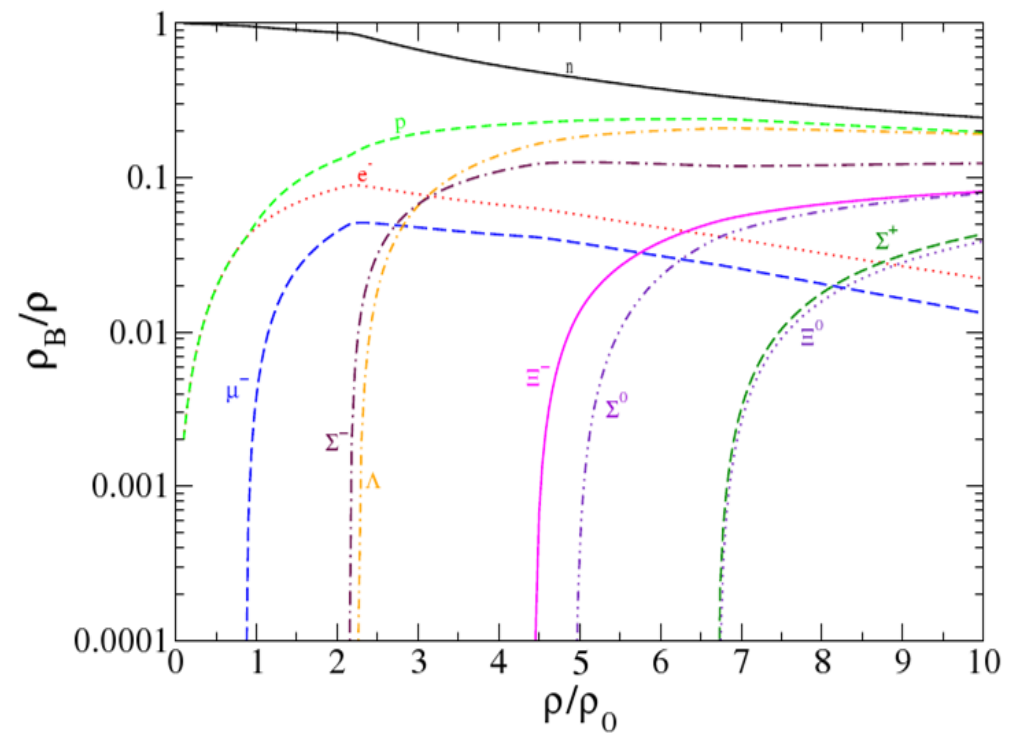
$$\begin{aligned} p = & -\frac{1}{3}bm_n(g_{\sigma}\sigma)^3 - \frac{1}{4}c(g_{\sigma}\sigma)^4 - \frac{1}{2}m_{\sigma}^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_{\omega}^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_{\rho}^2\rho_{03}^2 \\ & + \frac{1}{3} \sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_B} k^4 dk / \sqrt{k^2 + (m_B - g_{\sigma B}\sigma)^2} \\ & + \frac{1}{3} \sum_{\lambda} \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{\lambda}} k^4 dk / \sqrt{k^2 + m_{\lambda}^2}. \end{aligned}$$



ALGUNS RESULTADOS



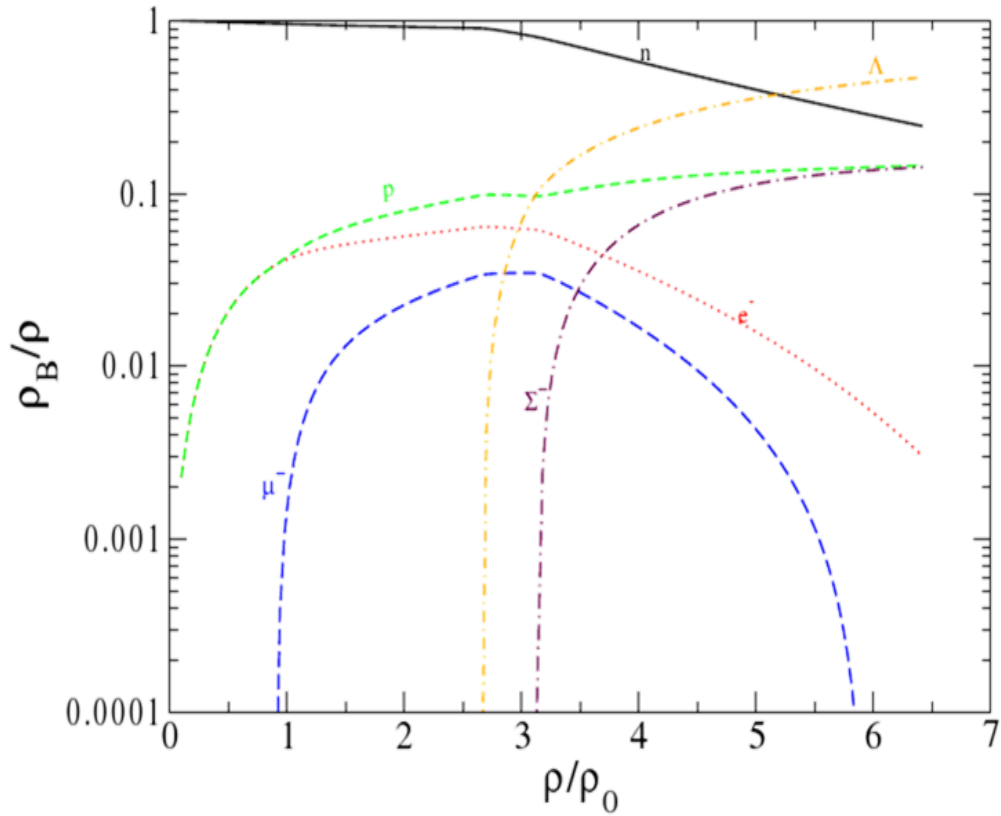
HV



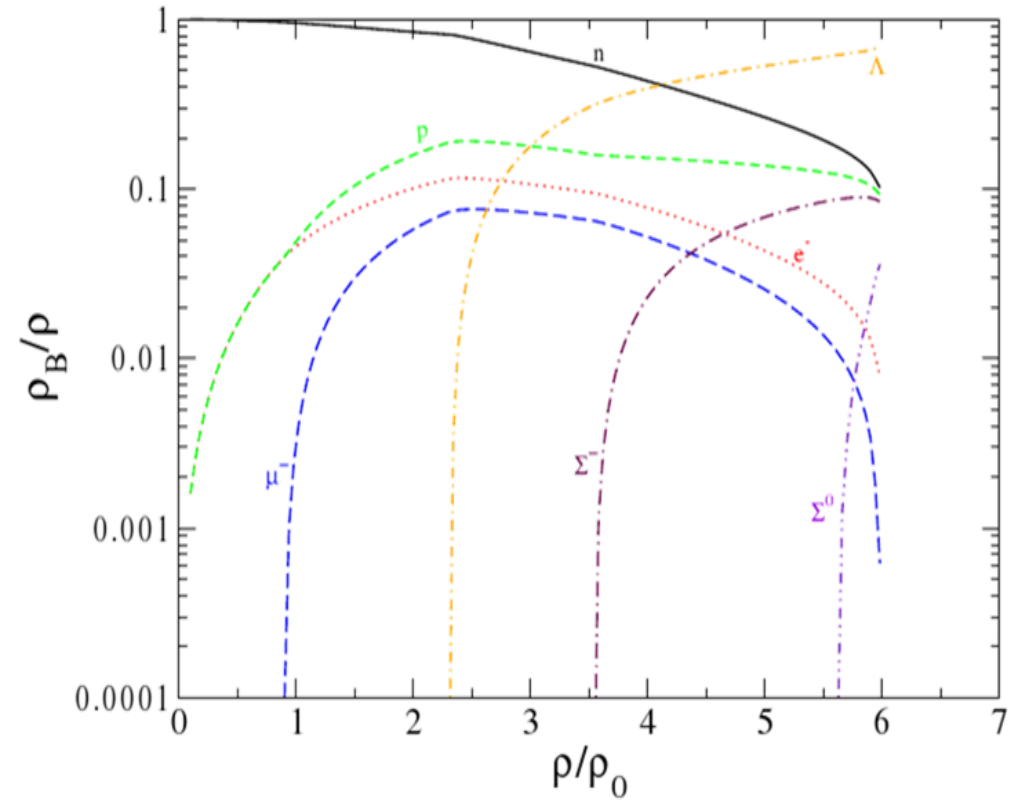
G300



ALGUNS RESULTADOS



HA



HB



EOS

