

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Introdução à Correspondência AdS/CFT

Henrique Boschi Filho

Instituto de Física

Universidade Federal do Rio de Janeiro

boschi@if.ufrj.br

Curso apresentado na

XI Escola do CBPF

Rio, 17 a 28 de julho de 2017

Parte 2

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

1 Introdução

2 AdS e a simetria conforme

3 Modelo de Witten

4 Modelo de parede rígida

5 Loops de Wilson e Confinamento

Plano do curso

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rígida

Loops de Wilson
e Confinamento

- **1a. semana: Introdução à Correspondência AdS/CFT**
- **2a. semana: Aplicações**

- AdS e a simetria conforme
- Modelo de Witten
- Modelo da parede rígida
- Loops de Wilson e Confinamento
- Temperatura Finita
- Modelo da parede macia

Esfera e Hiperbolóide

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

No caso da Esfera S^2 imersa no \mathbf{R}^3 temos

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

e portanto esse problema é invariante por Rotações no \mathbf{R}^3 , ou seja com simetria $SO(3)$.

Já para o Hiperbolóide bidimensional imerso no espaço pseudo-Euclídeo $\mathbf{R}^{2,1}$ com assinatura $(+, +, -)$, temos

$$x^2 + y^2 - z^2 = R^2$$

e portanto esse problema é invariante por Rotações nesse espaço, ou seja com simetria $SO(2,1)$, equivalente ao Grupo de Lorentz em 2+1 dimensões. Esse Hiperbolóide é equivalente ao AdS_2 .

AdS_{d+1}

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução
AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Para definir o Espaço-tempo AdS_{d+1} como um Hiperbolóide de $d + 1$ dimensões imerso num espaço pseudo-Euclídeo de $d + 2$ dimensões com assinatura $(-, +, +, \dots, +, +, -)$, temos

$$-(x^0)^2 + (x^1)^2 + (x^2)^2 + \dots + (x^d)^2 - (x^{d+1})^2 = R^2$$

e portanto invariante sob Rotações neste espaço-tempo, com simetria $\text{SO}(d, 2)$.

No caso particular do Espaço-tempo AdS_5 com assinatura $(-, +, +, +, +)$, teremos a simetria $\text{SO}(4, 2)$.

Grupo Conforme

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

O Grupo Conforme é definido a partir das Transformações Conformes:

- Translação $x^\mu \rightarrow x^\mu + a^\mu$
- Dilatação $x^\mu \rightarrow \lambda x^\mu$
- Trans. Conforme Especial $x^\mu \rightarrow x'^\mu$ tal que

$$\frac{x'^\mu}{x'^2} = \frac{x^\mu}{x^2} + \alpha^\mu \quad \text{ou seja} \quad x'^\mu = \frac{x^\mu + \alpha^\mu x^2}{1 + 2\alpha \cdot x + \alpha^2 x^2}$$

- Trans. de Lorentz (Rotações)

$$x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu$$

No espaço chato de d -dimensões , a invariância pelas Transformações Conformes corresponde ao Grupo **SO(d, 2)**.

Modelo de Witten para a QCD holográfica

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Para descrever a QCD, que tem pelo menos uma escala (massa do Próton, por exemplo), devemos modificar a correspondência AdS/CFT de modo a introduzir alguma escala.

Witten propôs que a QCD pode ser obtida da Teoria de cordas num espaço AdS com um buraco negro em seu interior.

Neste caso, o raio do horizonte do buraco negro define uma escala de comprimento para o modelo, quebrando a simetria conforme.

Witten também propôs que os férmiões desse modelo satisfazem condições antiperiódicas nas dimensões compatas, enquanto os bósons obedecem condições periódicas, quebrando a supersimetria.

É possível calcular massas para os Glueballs (estados ligados de glúons) nesse modelo.

Cordas e o espalhamento de Glueballs

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Em 2001, Polchinski e Strassler (PS) usaram o fato que uma escala mínima de energia (E_{min}) na teoria de calibre SU(N) corresponde a uma certa região do espaço AdS ($r > r_{min}$) para calcular o espalhamento de glueballs.

Neste trabalho eles reobtiveram a amplitude de Veneziano, corrigida por um fator envolvendo a curvatura do espaço AdS, de modo a descrever corretamente o espalhamento de hadrons no regime de ângulos fixos.

Com isso, uma das objeções à descrição das interações fortes pela teoria de cordas estava superada.

O modelo de parede rígida

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rígida

Loops de Wilson
e Confinamento

Usando a idéia de PS, H.B.-F e N. Braga propuseram considerar que as cordas (e os campos) numa fatia do AdS ($z \leq z_{max}$) satisfariam uma condição de contorno (Neumann ou Dirichlet, p. ex.) sobre uma "parede" ($z = z_{max}$) e com isso calcular massas para glueballs, sem a necessidade de incluir um BN no AdS.

Os glueballs escalares no AdS são descritos pelo campo do dílaton (escalar) e nesse espaço esses campos são satisfazem à equação

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu \left(\sqrt{-g} \partial^\mu \phi \right) = 0$$

que implica em

$$\left[z^3 \partial_z \frac{1}{z^3} \partial_z + \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu \right] \phi = 0$$

cujas soluções são funções de Bessel $J_2(kz)$ onde z é a quinta dimensão.

Massas para Glueballs escalares em 3+1d

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

As massas dos glueballs escalares, vem então da condição de contorno em $z = z_{max}$ imposta sobre as funções de Bessel.

Assim, as massas dos glueballs escalares são determinadas pelos zeros da função de Bessel.

QCD ₃₊₁	Rede, N=3	BN-AdS	Fatia AdS
0_{++}	1.61	1.61 (dado)	1.61 (dado)
0^*_{++}	2.8	2.38	2.64
0^{**}_{++}	-	3.11	3.64
0^{***}_{++}	-	3.82	4.64
0^{****}_{++}	-	4.52	5.63
0^{*****}_{++}	-	5.21	6.62

Rede: Morningstar e Peardon; Teper 1997

BN-AdS: Csaki, Ooguri, Oz e Terning, JHEP 1999

Fatia AdS: HBF e N Braga, JHEP 2003.

Massas para Glueballs escalares em 2+1d

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução
AdS e a simetria
conforme
Modelo de
Witten
Modelo de parede
rigida
Loops de Wilson
e Confinamento

Analogamente, em 2+1 d, os glueballs são descritos pelas funções de Bessel $J_{3/2}(kz)$, cujos zeros definem suas massas:

QCD ₂₊₁	Rede N=3	Rede $N \rightarrow \infty$	BN-AdS	Fatia AdS
0_{++}	4.329	4.065	4.07 (dado)	4.07 (dado)
0^*_{++}	6.52	6.18	7.02	7.00
0^{**}_{++}	8.23	7.99	9.92	9.88
0^{***}_{++}	-	-	12.80	12.74
0^{****}_{++}	-	-	15.67	15.60
0^{*****}_{++}	-	-	18.54	18.45

Rede: Morningstar e Peardon; Teper 1997

BN-AdS: Csaki, Ooguri, Oz e Terning, JHEP 1999

Fatia AdS: HBF e N Braga, JHEP 2003.

Massas para bárions leves

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

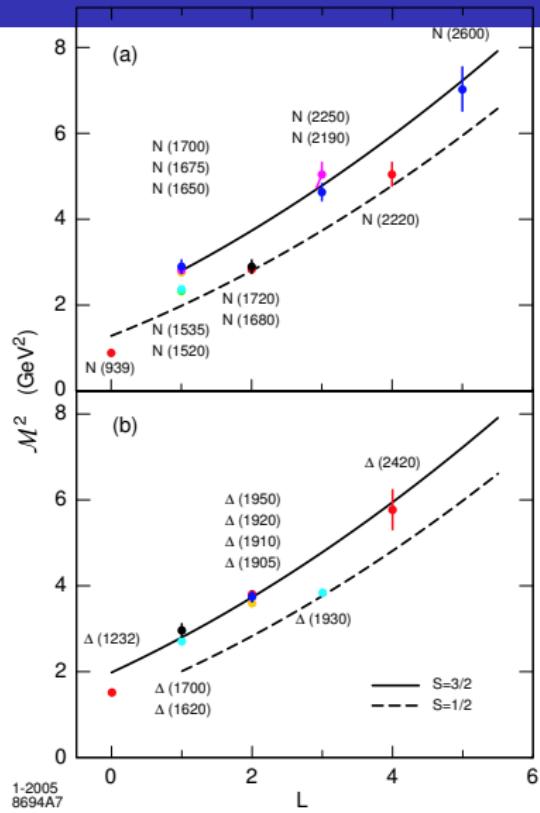
Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

O modelo de parede rígida foi
posteriormente aplicado ao
cálculo de massa para bárions
leves de spin 1/2 e 3/2

As massas também são deter-
minadas pelos zeros de funções
de Bessel

Teramond e Brodsky
PRL 2005, 2006;



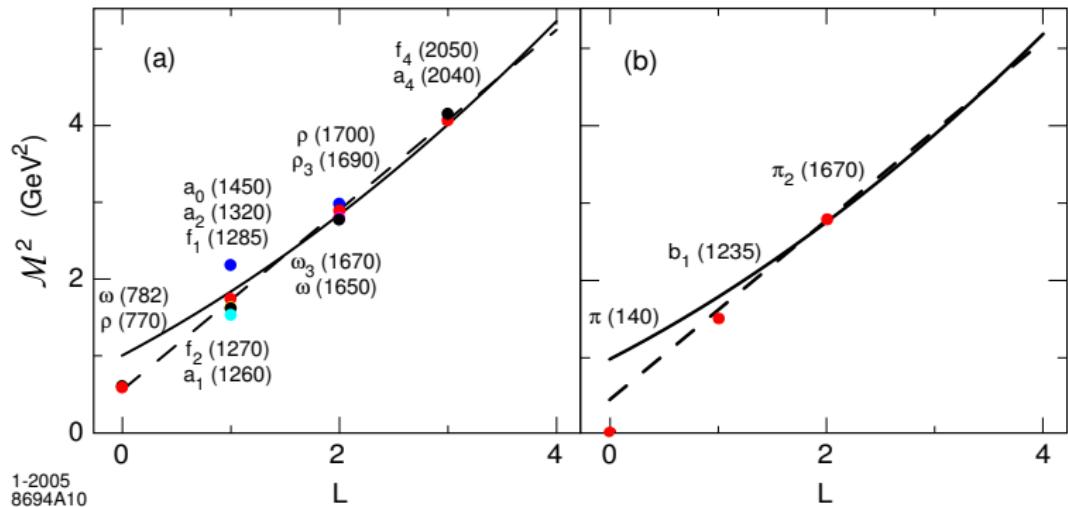
Massas para mésons leves

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução
AdS e a simetria
conforme
Modelo de
Witten
Modelo de parede
rigida
Loops de Wilson
e Confinamento

Idem para mésons leves (Teramond e Brodsky PRL 2005, 2006)



Mais mésons leves

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

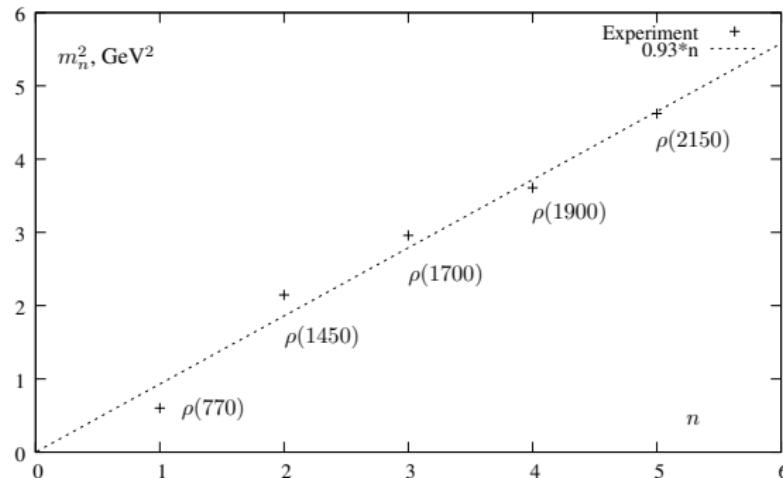
AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

O modelo de parede rígida também foi aplicado por Erlich, Katz, Son e Stephanov (PRL 2005) para calcular as massas de mésons vetoriais



Glueballs de spins mais altos

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rígida

Loops de Wilson
e Confinamento

O modelo de parede rígida também foi usado para calcular as massas de Glueballs com vários spins:

Dirichlet glueballs	lightest state	1 st excited state	2 nd excited state
0⁺⁺	1.63	2.67	3.69
2⁺⁺	2.41	3.51	4.56
4⁺⁺	3.15	4.31	5.40
6⁺⁺	3.88	5.85	6.21
8⁺⁺	4.59	5.85	7.00
10⁺⁺	5.30	6.60	7.77

Mais Glueballs de spins mais altos

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução
AdS e a simetria
conforme
Modelo de
Witten
Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Neumann glueballs	lightest state	1 st excited state	2 nd excited state
0⁺⁺	1.63	2.98	4.33
2⁺⁺	2.54	4.06	5.47
4⁺⁺	3.45	5.09	6.56
6⁺⁺	4.34	6.09	7.62
8⁺⁺	5.23	7.08	8.66
10⁺⁺	6.12	8.05	9.68

Massas dos estados de glueballs J^{PC} (com J par) expressas em GeV.
A massa do 0^{++} é um dado obtido dos resultados da rede [H.B.F.,
Nelson Braga and Hector Carrion PRD 2006]

Trajetórias de Regge para Glueballs e o Pomeron

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Uma vez determinadas as massas para os Glueballs, como
conhecemos seus spins, podemos determinar seus comportamentos
 $J \times M^2$

As curvas nesses gráficos correspondem às chamadas trajetórias de
Regge. No caso de trajetórias lineares temos:

$$J = \alpha_0 + \alpha' M^2.$$

Para c.c. de Neumann e estados J^{++} com $J = 2, 4, \dots, 10$ achamos

$$\alpha' = (0.26 \pm 0.02) \text{ GeV}^{-2} \quad ; \quad \alpha_0 = 0.80 \pm 0.40$$

consistentes com a do Pomeron

$$\alpha'_{EXP} = 0.25 \text{ GeV}^{-2} \quad ; \quad \alpha_0_{EXP} = 1.08$$

Trajetórias de Regge para Glueballs e o Pomeron (2)

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

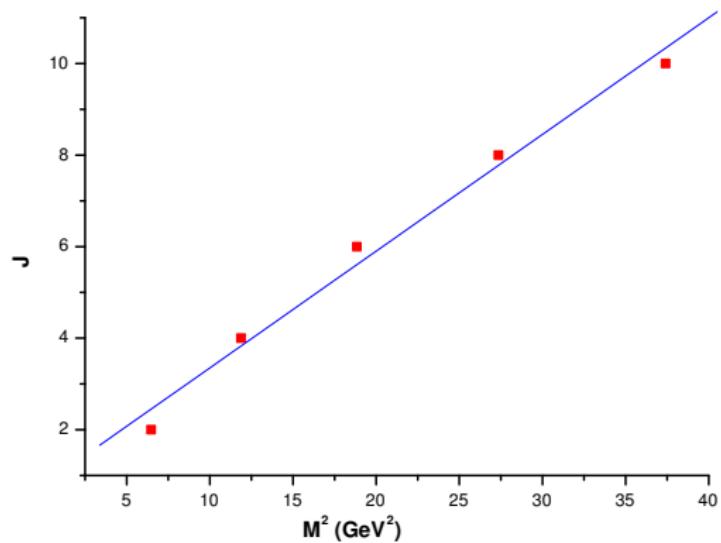
Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento



Trajetória de Regge para os Glueballs com condições de Neumann

AdS/CFT e Confinamento

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rígida

Loops de Wilson
e Confinamento

Maldacena (PRL 1998) mostrou como usar a correspondência AdS/CFT para calcular as linhas de Wilson, que descrevem o comportamento confinante/desconfinante de teorias de calibre.

Ele calculou essa quantidade para a teoria $SU(N)$ supersimétrica $\mathcal{N} = 4$ em 4d, a partir de cordas no $AdS_5 \times S^5$.

O resultado que ele encontrou foi que essa teoria não é confinante, isto é, um par partícula antipartícula pode ser separado com uma energia finita.

No modelo de parede rígida, foi mostrado que a teoria é confinante, como ocorre com quarks e antiquarks num méson (HBF, Braga e Ferreira, PRD 2006).

Confinamento e linhas de Wilson

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

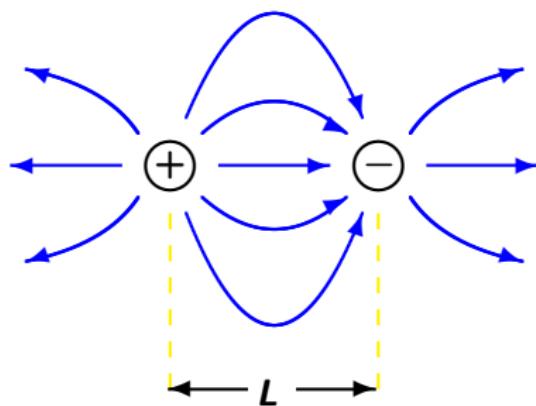
Introdução
AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Comportamento do fluxo associado ao campo de calibre.
Teoria não confinante (ex. QED)



$$\text{Energia de ligação } q\bar{q} \sim 1/L$$

(Energia total $\rightarrow 2m$ quando $L \rightarrow \infty$)

Teoria confinante

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

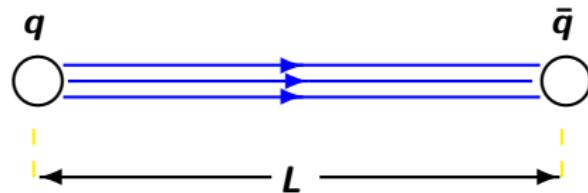
Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução
AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento



Energia de ligação $q\bar{q} \sim L$

(Energia total $\rightarrow \infty$ quando $L \rightarrow \infty$)

Loop de Wilson

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

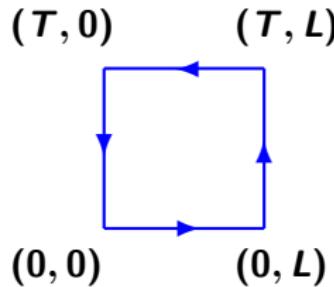
Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Para um campo de calibre $A_\mu \equiv \lambda^i A_\mu^i$, onde $[\lambda^i, \lambda^j] = i f^{ijk} \lambda^k$ definem o grupo não abeliano, o Loop de Wilson é dado por:

$$W(C) = \langle 0 | Tr \exp\{ig \oint \lambda^i A_\mu^i(y) dy^\mu\} | 0 \rangle$$

No caso particular de um contorno retangular, teremos:



Loop de Wilson

$$\Rightarrow W(C) \sim \exp\{-T [E(L) - 2m]\}$$

Critério de confinamento

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução
AdS e a simetria
conforme
Modelo de
Witten
Modelo de parede
rigida
Loops de Wilson
e Confinamento

$$W(C) \sim \exp\{-T [E(L) - 2m]\}$$

para $L \rightarrow \infty$:

- se $E(L) \rightarrow 2m$, não confinante
- se $E(L) \rightarrow \infty$, **confinante**

Dual dos loops de Wilson na correspondência AdS/CFT

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

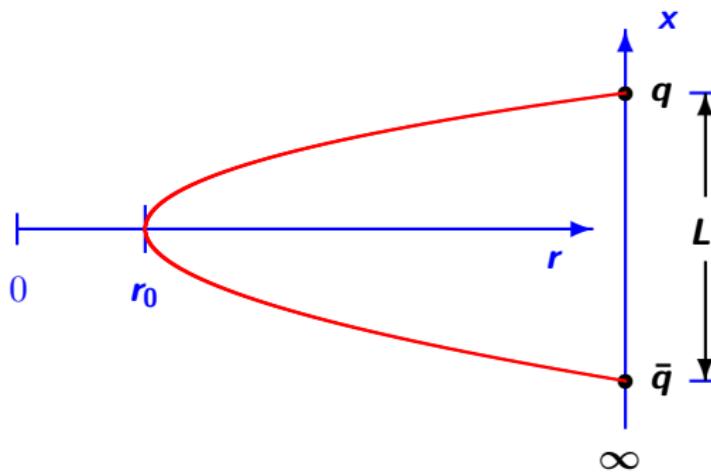
AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Maldacena: Par quark anti-quark muito pesado (configuração estacionária) em $r = r_1 (\rightarrow \infty)$ sobre o eixo $x^i \equiv x$ separados por uma variação L na coordenada.



Dual dos loops de Wilson na correspondência AdS/CFT (2)

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Partindo da ação de Nambu Goto

$$S = \frac{1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{\det G_{MN} \partial_a X^M \partial_b X^N}$$

onde $a, b = \tau, \sigma$ e $M, N = 0, 1, 2, \dots, 9$, e escolhendo a métrica de fundo G_{MN} como sendo o $\text{AdS}_5 \times S^5$

$$ds^2 = \frac{r^2}{R^2} (dt^2 + dx_i dx_i) + \frac{R^2}{r^2} dr^2 + R^2 d\Omega_5^2$$

e a parametrização $\tau = t$; $\sigma = x$ teremos ($T = \int dt$)

$$S = \frac{T}{2\pi\alpha'} \int dx \sqrt{(\partial_x r)^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^4}$$

Como a ação da corda é proporcional à área varrida na folha de mundo (“worldsheet”), o princípio de mínima ação tem como solução a geodésica unindo as duas cargas.

Dual dos loops de Wilson na correspondência AdS/CFT (3)

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Inicialmente queremos relacionar L e r_0 . Assim (*)

$$L = \int dx = \int \left(\frac{ds}{dx} \right)^{-1} ds = \frac{2R^2}{r_0} \int_1^\infty \frac{d\rho}{\rho^2 \sqrt{\rho^4 - 1}}$$

e o valor mínimo da coordenada r para a geodésica em termos de L é dado por

$$r_0 = \frac{2R^2}{L} \frac{\sqrt{2}\pi^{3/2}}{\Gamma(1/4)^2}$$

A energia da configuração é $(1/T) \times$ Ação , logo:

$$E = \int \mathcal{L} dx = \int \mathcal{L} \left(\frac{ds}{dx} \right)^{-1} ds = \frac{r_0}{\pi\alpha'} \int_1^\infty \frac{\rho^2 d\rho}{\sqrt{\rho^4 - 1}}$$

que é divergente. (*) Para mais detalhes veja, p. ex., a dissertação de Vinicius do Nascimento Pereira, "Cálculo do potencial quark antiquark na teoria de cordas via correspondência AdS/CFT", UFRJ, 2011, disponível no site www.if.ufrj.br

Dual dos loops de Wilson na correspondência AdS/CFT (4)

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

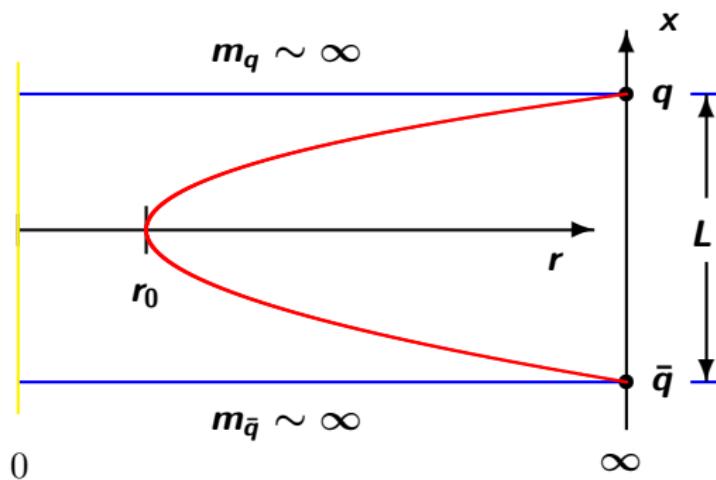
AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Para regularizar a expressão da energia, vamos subtrair uma
quantidade também divergente (energia dos “quarks”)



Dual dos loops de Wilson na correspondência AdS/CFT (5)

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução
AdS e a simetria
conforme
Modelo de
Witten
Modelo de parede
rigida
Loops de Wilson
e Confinamento

Assim,

$$E' = \int \mathcal{L} \left(\frac{ds}{dx} \right)^{-1} ds - \int ds = \frac{r_0}{\pi \alpha'} \int_1^\infty \left[\frac{\rho^2}{\sqrt{\rho^4 - 1}} - 1 \right] d\rho$$

Daí, encontra-se:

$$E' = - \frac{4\pi R^2}{\alpha' \Gamma(1/4)^4 L}$$

Portanto correspondente a um potencial tipo Coulomb \Rightarrow **não confinante**, para uma corda no AdS com suas pontas em $r \rightarrow \infty$.

- S.J.Rey and J.T.Yee, Eur. Phys.J.C **22**, 379 (2001).
- J. M. Maldacena, Phys. Rev. Lett. **80**, 4859 (1998).

Que tipo de geometria seria dual a uma teoria de calibre confinante?

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Generalização do procedimento de Maldacena:

- Brandhuber, Itzhaki, Sonnenschein e Yankielowicz JHEP 98
- Kinar, Schreiber e Sonnenschein NPB 2000

Geometrias de interesse (10 dimensões)

$$ds^2 = -g_{00}(r)dt^2 + g_{ii}(r)dx^i dx^i + g_{rr}(r)dr^2 + d\tilde{s}^2$$

$i = 1, 2, 3$ e $d\tilde{s}^2$ 5 dimensões transversas.

Definindo $f(r) = \sqrt{g_{00}(r) g_{ii}(r)}$ $g(r) = \sqrt{g_{00}(r) g_{rr}(r)}$

Critério de confinamento (para os quarks no infinito ($r_1 \rightarrow \infty$):

A função $f(r)$ deve possuir um ponto de mínimo (global para a métrica) onde seu valor seja $\neq 0$:

$$f(r_{min}) \neq 0 \quad ; \quad f'(r)|_{r=r_{min}} = 0.$$

Confinamento no modelo de parede rígida

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

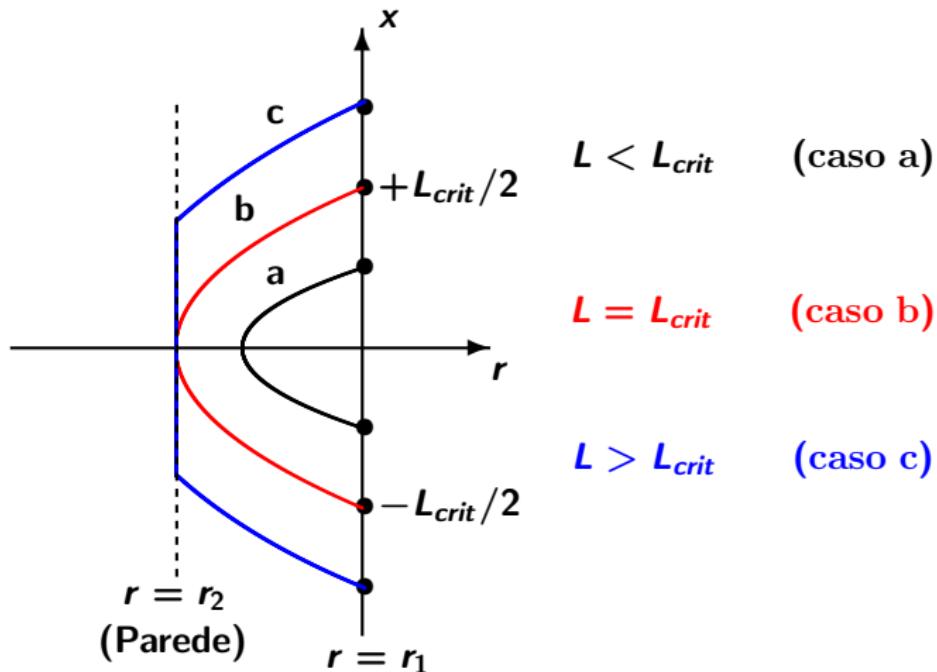
AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rígida

Loops de Wilson
e Confinamento

Se reconsiderarmos a corda no AdS na presença de uma parede,
teremos três situações distintas:



Confinamento no modelo de parede rígida (2)

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rígida

Loops de Wilson
e Confinamento

Os casos **a** e **b** coincidem com o analisado por Maldacena, e portanto
são **não** confinantes.

A energia da configuração **c** corresponde à energia da configuração **b**
mais a correspondente ao comprimento da corda ao longo da parede
em $r = r_2$:

$$E' = \frac{r_2}{\pi\alpha'} \int_1^{r_1/r_2} \left[\frac{\rho^2}{\sqrt{\rho^4 - 1}} - 1 \right] d\rho + \frac{r_2^2}{2\pi\alpha'R^2} (L - L_{crit})$$

Escolhendo $r_2 = R$, temos

$$E' = \frac{R}{\pi\alpha'} \int_1^{r_1/R} \left[\frac{\rho^2}{\sqrt{\rho^4 - 1}} - \frac{1}{\rho^2\sqrt{\rho^4 - 1}} - 1 \right] d\rho + \frac{1}{2\pi\alpha'} L$$

Naturalmente, o último termo ($\propto L$) dá o confinamento.

Confinamento no modelo de parede rígida (3)

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução
AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rígida

Loops de Wilson
e Confinamento

Tomando o limite $r_1 \rightarrow \infty$, temos que a energia de ligação entre as pontas da corda pode ser aproximada por

$$E = \begin{cases} -\frac{4a}{3L} & L \leq L_{crit} \\ -4\sqrt{\frac{a\sigma}{3}} + \sigma L & L \geq L_{crit} \end{cases} \quad (1)$$

onde $a = 3C_1R^2/2\pi\alpha'$, $\sigma = 1/2\pi\alpha'$ e $C_1 = \frac{\sqrt{2}\pi^{3/2}}{[\Gamma(1/4)]^2}$.

Essa energia potencial é muito próxima do potencial de Cornell

$$V(L) = -\frac{4a}{3L} + \sigma L + \text{const.}$$

que descreve o espectro de mésons pesados, com $a = 0.39$ e $\sigma = 0.182 \text{ GeV}^2$, para o Charmônio.

Loops de Wilson a temperatura finita

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução
AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

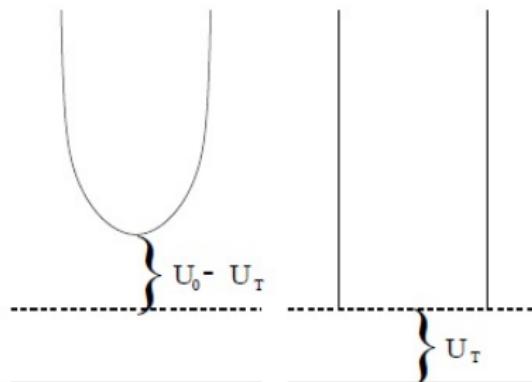
Loops de Wilson
e Confinamento

O cálculo dos Loops de Wilson proposto por Maldacena pode ser estendido ao caso com temperatura finita.

Para tal, considera-se o Modelo de Witten onde há um buraco negro no interior do espaço AdS.

A temperatura da teoria de campos é identificada com a temperatura de Hawking para o buraco negro.

Há duas configurações típicas para as cordas nesse espaço
Baixas temperaturas × Altas temperaturas



Entretanto essa métrica
não é confinante, pois
a função horizonte é nula
em $U = U_T$

Plasma de quarks e glúons

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Em altas temperaturas, as interações fortes ficam desconfinadas, formando um plasma de quarks e glúons.

Esse plasma existe em estrelas muito densas e quentes e é criado em colisões de íons pesados (Au-Au), realizadas no RHIC, em Brookhaven, EUA.

Os resultados do RHIC indicam que esse plasma se comporta como um fluido ideal, isto é, um sistema fortemente interagente porém com viscosidade muito pequena. Esses resultados estão sendo confirmados pelo LHC, com colisões Pb-Pb.

O primeiro cálculo de viscosidade desse sistema compatível com os resultados experimentais foi feito por Policastro, Son e Starinets (PRL 2001) usando o modelo de Witten (buraco negro no AdS) com temperatura finita ($\neq 0$).

Outras aplicações

Introdução à
Correspondência
AdS/CFT

Henrique Boschi
Filho
Instituto de
Física
Universidade
Federal do Rio de
Janeiro
boschi@if.ufrj.br

Introdução

AdS e a simetria
conforme

Modelo de
Witten

Modelo de parede
rigida

Loops de Wilson
e Confinamento

Outros problemas na Física de partículas, como o espalhamento profundamente inelástico (DIS), também podem ser descritos através de modelos inspirados na correspondência AdS/CFT. Veja, por exemplo:

- Polchinski e Strassler, JHEP 2002;
- Ballon Bayona, HBF e Braga, JHEP 2008 a, b, c;
- Miranda, Ballon Bayona, HBF e Braga, JHEP 2009;
- Ballon Bayona, HBF, Braga e Torres, JHEP 2010.