

IX^a. ESCOLA DO CBPF
16 – 27 de Julho de 2012

Curso: SUPERCONDUTIVIDADE: uma introdução

Prof.: Paulo Pureur

Texto correspondente à 7^a. Aula (26/07/2012)

Capítulo 7

TUNELAMENTO

7.1 INTRODUÇÃO

A supercondutividade é um fenômeno quântico em escala macroscópica que resulta da existência de uma função de onda única, cuja forma é $\Psi(r) = |\Psi(r)|e^{i\theta(r)}$, a qual descreve o condensado de muitas partículas e mantém coerência de fase em grandes distâncias. Como a fase θ é comum a um grande número de super-partículas, os efeitos a ela associados não são trivialmente anulados por flutuações temporais descorrelacionadas, como ocorre em sistemas de elétrons independentes. A coerência de fase de longo alcance dá origem a conseqüências interessantes como a quantização do fluxo magnético através de um anel supercondutor, a formação de vórtices no estado misto de um supercondutor do tipo II e o fenômeno de tunelamento Josephson, que será discutido a seguir. Antes, porém, examinaremos o problema de tunelamento de partícula única que ocorre quando apenas um dos sistemas condutores envolvidos é um supercondutor. A observação do efeito de tunelamento de partícula única entre um supercondutor e um metal normal, realizada primeiramente por Ivar Giaever (1960), permite a determinação direta do valor do “gap” de energias e sua dependência com a temperatura, bem como fornece informações detalhadas sobre a densidade de estados eletrônicos nas proximidades do nível de Fermi.

7.2 TUNELAMENTO DE ELÉTRONS

O arranjo usual de uma experiência de tunelamento consiste de dois condutores separados por uma camada fina (1 a 2 nm) de material isolante. Num tal dispositivo, a probabilidade de transferência de carga através da barreira pelo processo de tunelamento quântico é não-nula.

O acoplamento entre os dois condutores é descrito por um Hamiltoniano do tipo

$$H_T = \sum_{\vec{k}, \vec{k}', \sigma} \left(T_{\vec{k}\vec{k}'}^* c_{\vec{k}\sigma}^* d_{\vec{k}'\sigma} + T_{\vec{k}\vec{k}'} d_{\vec{k}'\sigma}^* c_{\vec{k}\sigma} \right) , \quad (7.1)$$

onde $c_{\vec{k}\sigma}^*$ e $d_{\vec{k}'\sigma}^*$ são os operadores criação de elétrons de lado e outro de barreira, e $c_{\vec{k}\sigma}$ e $d_{\vec{k}\sigma}$ são os respectivos operadores de destruição. A probabilidade de transição (e a corrente) é proporcional ao módulo quadrado do elemento de matriz $T_{\vec{k}\vec{k}'}$. O primeiro termo em (7.1) descreve o processo de transferência de um elétron do metal d para o metal c , e seu Hermitiano conjugado descreve o processo inverso.

7.2.1 Tunelamento entre Metais Normais

Consideremos inicialmente uma junção formada por dois metais normais separados por uma barreira isolante. Em equilíbrio, a densidade de estados para ambos os metais está representada na figura 7.1(a). Para ocorrer tunelamento, entretanto, é preciso que um estado ocupado de um lado de função corresponda a um estado vazio de outro lado. Assim, é necessário polarizar a junção, como mostra a figura 7.2(b), para que os elétrons possam fluir de um eletrodo metálico para o outro. A corrente de tunelamento do metal 1 para o metal 2 depende do número de estados ocupados do lado 1 e do número de estados desocupados no lado 2.

Portanto,

$$i_{1\rightarrow 2} = A \int_{-\infty}^{\infty} |T| N_1(\varepsilon - eV) f(\varepsilon - eV) N_2(\varepsilon) [1 - f(\varepsilon)] d\varepsilon \quad , \quad (7.2.a)$$

onde V é a voltagem aplicada entre os metais, eV é a diferença de potencial eletro-químico através da função, $N_1(\varepsilon)$ e $N_2(\varepsilon)$ são as densidades de estados dos metais 1 e 2. Os fatores $N_1 f$ e $N_2 (1 - f)$ fornecem o número de estados iniciais ocupados e estados finais vazios, respectivamente. A corrente reversa é

$$i_{2\rightarrow 1} = A \int_{-\infty}^{\infty} |T| N_2(\varepsilon) f(\varepsilon) N_1(\varepsilon - eV) [1 - f(\varepsilon - eV)] d\varepsilon \quad , \quad (7.2.b)$$

e a corrente líquida será,

$$i = i_{1\rightarrow 2} - i_{2\rightarrow 1} = A \int_{-\infty}^{\infty} |T|^2 N_1(\varepsilon - eV) N_2(\varepsilon) [f(\varepsilon - eV) - f(\varepsilon)] d\varepsilon \quad . \quad (7.3)$$

A integral pode ser avaliada fazendo-se a aproximação

$$f(\varepsilon - eV) - f(\varepsilon) = eV \left(-\frac{df}{d\varepsilon} \right) \approx eV \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) . \quad (7.4)$$

Desta forma, obtém-se a corrente de tunelamento

$$i = A |T|^2 N_1(\varepsilon_F) N_2(\varepsilon_F) eV = G_{NN} V . \quad (7.5)$$

Este resultado mostra que a junção é ôhmica e possui uma condutância G_{NN} independente de V . A característica corrente-voltagem para uma junção normal-isolante-normal é mostrada esquematicamente na figura 7.1(c)

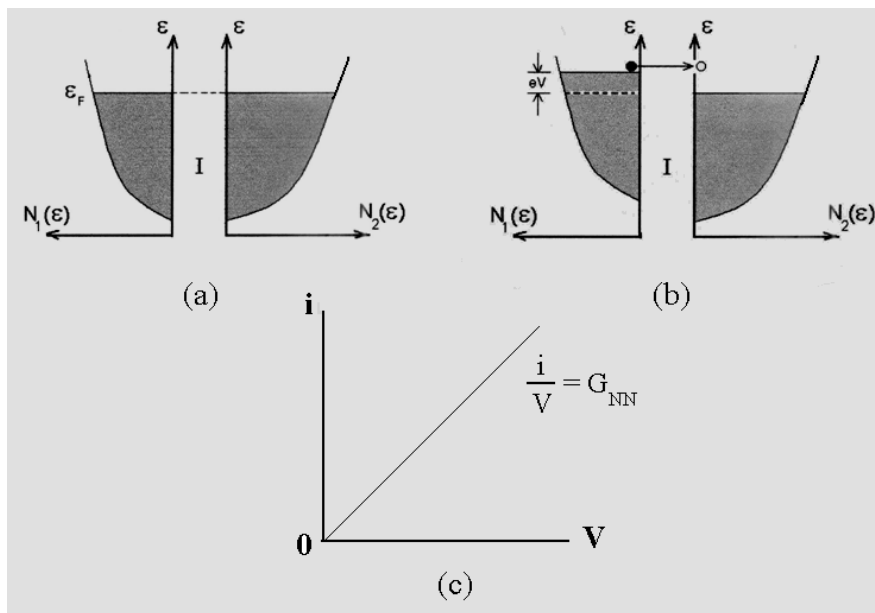


Figura 7.1. *Tunelamento normal-isolante-normal. (a) Densidades de estado em equilíbrio térmico. (b) Junção polarizada: estados ocupados no lado 1 tem mesma energia que estados vazios no lado 2. (c) Curva $i - V$ para o tunelamento entre metais normais.*

9.2.2 Tunelamento entre um Metal Normal e um Supercondutor

Suponhamos agora que o metal 2 seja um supercondutor. De acordo com a equação (7.3), a expressão para a corrente através de uma junção polarizada pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
i_{NS} &= A|T|^2 N_1(\varepsilon_F) \int_{-\infty}^{\infty} N_{2S}(\varepsilon) [f(\varepsilon - eV) - f(\varepsilon)] d\varepsilon \\
&= \frac{G_{NN}}{e} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_{2S}(\varepsilon)}{N_{2N}(\varepsilon_F)} [f(\varepsilon - eV) - f(\varepsilon)] d\varepsilon \quad , \quad (7.6)
\end{aligned}$$

onde $N_{2N}(\varepsilon_F)$ é a densidade de estados no nível de Fermi do metal supercondutor no estado normal. A condutividade diferencial pode ser definida a partir de (7.6), ou seja

$$G_{NS} = \frac{di}{dV} = G_{NN} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_{2S}(\varepsilon)}{N_{2N}(\varepsilon_F)} \left[\frac{\partial f(\varepsilon - eV)}{\partial(eV)} \right] d\varepsilon . \quad (7.7)$$

No limite de baixas temperaturas,

$$\frac{\partial f(\varepsilon - eV)}{\partial(eV)} \cong \delta[\varepsilon - (\varepsilon_F + eV)]$$

Assim, medindo as energias em relação ao nível de Fermi, escrevemos a equação (7.7) como

$$G_{NS} = G_{NN} \frac{N_{2S}(eV)}{N_{2N}(0)} . \quad (7.8)$$

Finalmente, substituindo (5.22) em (7.8) obtemos

$$G_{NS} = \begin{cases} G_{NN} \frac{eV}{(e^2V^2 - \Delta^2)^{1/2}} & \text{se } |eV| > \Delta \\ 0 & \text{se } |eV| < \Delta \end{cases} \quad (7.9)$$

Portanto, no limite de baixas temperaturas a condutância diferencial mede diretamente a densidade de estados do supercondutor. Deve-se observar, porém, que em temperaturas não-nulas sempre haverá elétrons excitados por ativação térmica e haverá alguma corrente mesmo em voltagens inferiores a Δ/e .

Na figura 7.2 são mostradas as características de uma junção de tunelamento normal-supercondutor.

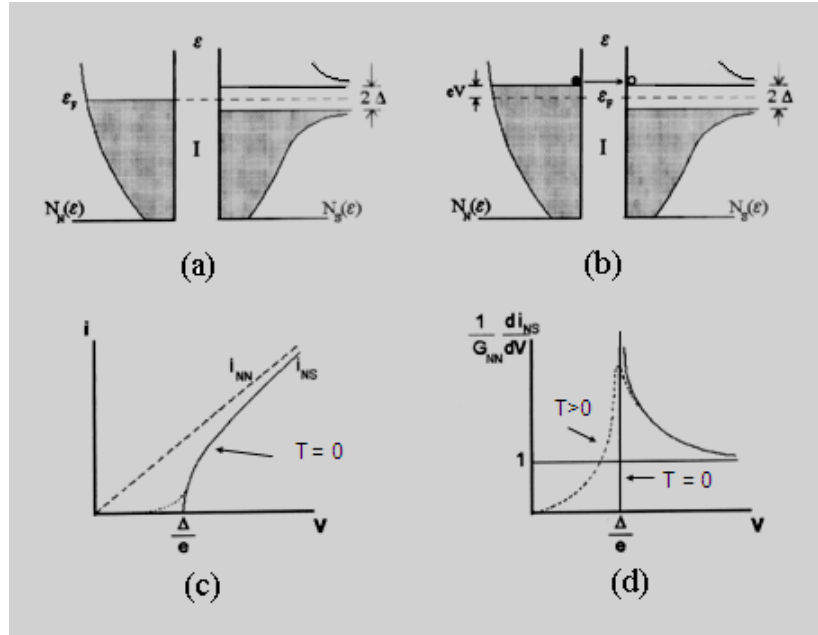


Figura 7.2. *Tunelamento normal-supercondutor. (a) Densidades de estado em equilíbrio térmico. (b) Junção polarizada: somente ocorre tunelamento se $eV \geq \Delta$. (c) Característica corrente-voltagem em $T=0$ e em temperatura finita (linha tracejada). (d) Condutância diferencial, que mede diretamente a densidade de estados (linha tracejada representa resultado em temperatura finita).*

7.2.3 Tunelamento de Elétrons entre Supercondutores

Se os metais de lado e outro da junção forem supercondutores, a equação (7.3) pode ser escrita como

$$i_{SS} = \frac{G_{NN}}{e} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_{1S}(\epsilon - eV)}{N_{1N}(\epsilon_F)} \cdot \frac{N_{2S}(\epsilon)}{N_{2N}(\epsilon_F)} [f(\epsilon - eV) - f(\epsilon)] d\epsilon, \quad (7.10)$$

onde N_{1S} e N_{2S} serão dados pela expressão (5.22). Neste caso, uma integração numérica é necessária para o cálculo das curvas corrente-voltagem. As principais características são mostradas na figura 7.3. Em $T = 0$ nenhuma corrente pode fluir até que $eV = \Delta_1 + \Delta_2$. Para esta voltagem, ocorre um salto na corrente devido à divergência infinita na densidade de estados nas bordas do “gap”.

O tunelamento S-S é superior como método ao tunelamento N-S na determinação das larguras dos “gaps”, pois as densidades de estado têm divergências infinitas nas bordas do “gap”, o que produz variações abruptas na corrente através da junção.

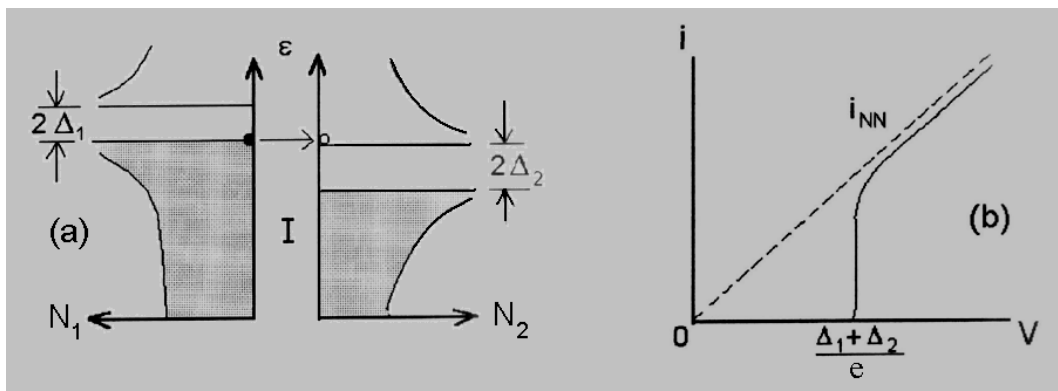


Figura 7.3. Tunelamento de elétron único entre supercondutores. (a) Junção polarizada: somente ocorre tunelamento se $eV \geq \Delta_1 + \Delta_2$. (b) Característica $i - V$ em $T = 0$.

7.3 TUNELAMENTO JOSEPHSON

No caso de uma junção na qual dois supercondutores são separados por uma barreira isolante muito fina, pode-se observar outro tipo de efeito túnel, em adição ao processo de partícula única discutido na seção precedente. Trata-se de uma corrente de tunelamento de pares de Cooper. Os efeitos resultantes do tunelamento de pares são coletivamente chamados de efeitos Josephson (B.D. Josephson, 1962, 1965, 1974) e são fundamentalmente distintos dos processos de partícula única.

O efeito Josephson DC consiste da passagem de uma corrente contínua através da junção (incluindo a barreira isolante) sem qualquer resistência e sem que a junção seja polarizada. Por outro lado, se for aplicada uma voltagem contínua através da junção, observa-se o aparecimento de correntes alternadas com frequência $\omega = 2eV/\hbar$. Este é o efeito Josephson AC.

Estes dois efeitos Josephson são consequência direta da descrição dos supercondutores em termos de um estado quântico macroscópico. A transferência de pares de elétrons através da barreira isolante deve-se ao acoplamento das fases θ do parâmetro de ordem nos dois lados da junção. Este acoplamento pode ser modificado por campos elétricos ou magnéticos.

Os efeitos Josephson são observáveis não apenas em junções com uma barreira isolante mas também em diversos tipos de “ligações fracas” localizadas em algum ponto de um circuito supercondutor conveniente. Os tipos mais comuns de ligações fracas, além das junções SIS são: (i) as junções SNS, nas quais um filme de metal normal separa os dois supercondutores; (ii) contatos de ponta, onde uma ponta supercondutora oxidada é pressionada contra uma peça de um supercondutor massivo e (iii) as micro-pontes, que consistem de finos estrangulamentos processados num filme supercondutor.

7.3.1 Equações Básicas

Consideremos uma junção supercondutor-isolante-supercondutor. Como a transferência de carga através da barreira é um fenômeno dependente do tempo, são necessárias equações de movimento para os parâmetros de ordem de um lado e outro da junção. Como a interpretação destes parâmetros de ordem em termos de funções de onda efetivas para os condensados supercondutores é plenamente justificável, escrevemos equações de Schrödinger dependentes do tempo para os dois lados da junção, ou seja

$$i\hbar \frac{\partial \psi_1}{\partial t} = \mu_1 \psi_1 + T \psi_2 \quad (7.11.a)$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = \mu_2 \psi_2 + T \psi_1 \quad (7.11.b)$$

onde μ_1 e μ_2 são os potenciais químicos dos supercondutores 1 e 2 e T representa a razão de transferência de pares de Cooper através da barreira isolante e é uma característica da junção. Tal como na equação (3.24), propõe-se soluções do tipo

$$\psi_1 = \sqrt{n_1} e^{i\theta_1} \quad (7.12.a)$$

$$\psi_2 = \sqrt{n_2} e^{i\theta_2} \quad (7.12.b)$$

onde n_1, n_2 são as densidades de super-fluido e θ_1, θ_2 são as fases do parâmetro de ordem em cada lado da barreira. Substituindo as equações (7.12) em (7.11), obtém-se

$$i\hbar \frac{1}{2\sqrt{n_1}} \frac{\partial n_1}{\partial t} - \hbar \frac{\partial \theta_1}{\partial t} \sqrt{n_1} = \mu_1 \sqrt{n_1} + T \sqrt{n_2} e^{i(\theta_2 - \theta_1)} \quad (7.13.a)$$

$$i\hbar \frac{1}{2\sqrt{n_2}} \frac{\partial n_2}{\partial t} - \hbar \frac{\partial \theta_2}{\partial t} \sqrt{n_2} = \mu_2 \sqrt{n_2} + T \sqrt{n_1} e^{-i(\theta_2 - \theta_1)} \quad (7.13.b)$$

Igualando as partes reais resulta,

$$-\hbar \frac{\partial \theta_1}{\partial t} = \mu_1 + T \sqrt{\frac{n_2}{n_1}} \cos(\theta_2 - \theta_1) \quad (7.14.a)$$

$$-\hbar \frac{\partial \theta_2}{\partial t} = \mu_2 + T \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \cos(\theta_2 - \theta_1) \quad (7.14.b)$$

Por outro lado, igualando as partes imaginárias temos

$$\hbar \frac{\partial n_1}{\partial t} = 2T \sqrt{n_2 n_1} \operatorname{sen}(\theta_2 - \theta_1) \quad (7.15.a)$$

$$-\hbar \frac{\partial n_2}{\partial t} = 2T \sqrt{n_2 n_1} \operatorname{sen}(\theta_2 - \theta_1) \quad (7.15.b)$$

Como $\frac{\partial n_1}{\partial t} = -\frac{\partial n_2}{\partial t}$, esta quantidade deve ser proporcional à corrente através da junção. Se a área da junção é L^2 , então a densidade de corrente através da junção é

$$j = 2e \frac{\partial n_1}{\partial t} L ,$$

ou seja,

$$j = j_0 \operatorname{sen}(\theta_2 - \theta_1) , \quad (7.16)$$

Onde

$$j_0 = \frac{4TeL}{\hbar} \sqrt{n_2 n_1} \approx \frac{4TeL}{\hbar} n_S .$$

Uma determinação mais precisa de j_0 em temperatura nula fornece

$$j_0 = \pi \Delta(0) / 2 e R_N , \quad (7.17)$$

onde R_N é a resistência de tunelamento por unidade de área da junção quando ambos os metais estão no estado normal.

7.3.2 O Efeito Josephson DC

Quando não há voltagem aplicada através da junção, a densidade de corrente (7.16) é determinada apenas pelas fases do parâmetro de ordem nos dois lados da barreira. Na prática, se uma dada corrente $j < j_0$ passa através da junção, a diferença de fase $\theta_2 - \theta_1$ se adapta de modo que a corrente passe sem o

aparecimento de uma voltagem, ou seja, sem dissipação. Quando $j > j_0$, então uma voltagem V pode aparecer dependendo dos detalhes da ligação fraca. Num caso ideal, uma vez que j exceda o valor de j_0 , a característica $i - V$ adquire a forma do tunelamento de partícula única supercondutor-supercondutor. Na figura 7.4 está esquematizado o comportamento de uma junção Pb-Pb ideal. O valor da corrente crítica, $i_0 \approx 1 \text{ mA}$, é típico de uma junção Josephson. A densidade de corrente típica é da ordem de 10^4 A/m^2 , que é muito menor que a corrente crítica de supercondutores de tipo II.

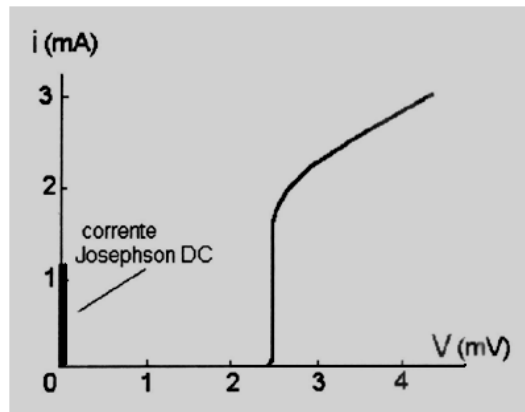


Figura 7.4. Característica $i-V$ de uma junção Pb-Pb ideal (Langenberg 1966).

A densidade de corrente crítica j_0 é uma função da temperatura. No caso especial de uma barreira isolante separando dois supercondutores idênticos, Ambegaokar e Baratoff (1963) obtiveram a forma explícita

$$j_0(T) = \frac{\pi \Delta(T)}{2eR_N} \tanh \frac{\Delta(T)}{2k_B T} \quad (7.17)$$

7.3.3 Efeitos de Campo Magnético

A corrente DC através de uma junção Josephson é extremamente sensível a campos magnéticos aplicados. Consideremos uma junção de tunelamento cujas faces quadradas de lado L são perpendiculares ao eixo x . Suponhamos também que um campo magnético é aplicado na direção z e que a espessura da camada isolante é d . A figura 7.5 ilustra a situação considerada. Na presença de campo teremos não apenas a corrente de tunelamento, mas também correntes de blindagem j_s , paralelas ao plano yx , que consideraremos muito mais fortes que a fraca corrente de tunelamento ao longo de x .

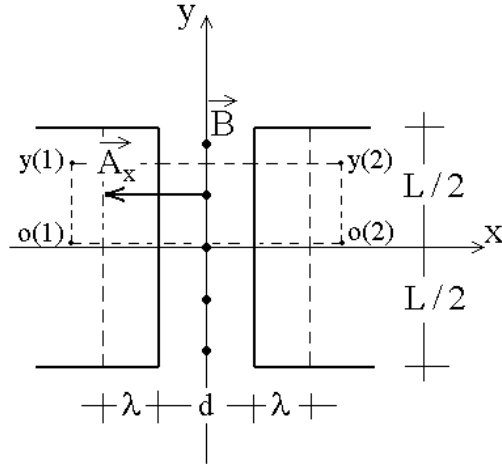


Figura 7.5. Geometria de uma junção Josephson sob campo magnético aplicado. Os pontos $o(1)$, $o(2)$, $y(1)$, $y(2)$ estão situados bem no interior dos supercondutores, onde a densidade de corrente de blindagem é nula.

Supondo, como fizemos na secção 3.4.3, que o parâmetro de ordem depende da posição apenas através da fase θ , a segunda equação de Ginzburg-Landau tem a forma dada pela equação (3.29), ou seja,

$$\vec{j}_s = \frac{e\hbar}{m} |\psi|^2 \left(\nabla \theta - \frac{2\pi}{\phi_o} \vec{A} \right), \quad (7.18)$$

onde foram feitas as substituições $m^* = 2m$, $e^* = 2e$ e $\phi_o = h/2e$. A equação (7.18) indica que a diferença de fase invariante frente à escolha de calibre entre dois pontos 1 e 2 de um supercondutor não é somente dada por $\theta_2 - \theta_1$. Na presença de campo magnético, esta diferença de fase é dada por

$$\gamma = \theta_2 - \theta_1 - \frac{2\pi}{\phi_o} \int_1^2 \vec{A} \cdot d\vec{l}, \quad (7.19)$$

onde $d\vec{l}$ é um elemento da trajetória entre os pontos 1 e 2. Assim, na presença de campo, a corrente de tunelamento passa a ser escrita como $j = j_0 \text{sen } \gamma$, onde γ é dado pela equação (7.19).

Para calcularmos explicitamente a dependência de γ com o fluxo magnético, voltemos a considerar a situação da figura 7.5. Como escolhemos a geometria em que $\vec{B} // \hat{k}$, podemos escrever o potencial vetor como $\vec{A} = A_x(y) \hat{i}$.

Supondo que a indução magnética é uniforme, ou seja, $B = B_0$, devemos ter $A_x = -B_0 y$. Em consequência, a densidade de corrente através da junção, que é uniforme no caso em que não há campo aplicado, passa a depender da posição y . De acordo com a equação (7.19), a diferença de fase invariante frente ao calibre entre os pontos o(1) e o(2) da figura 7.5 é

$$\gamma(0) = \theta_2(0) - \theta_1(0). \quad (7.20)$$

Porém, entre os pontos $y(1)$ e $y(2)$, teremos

$$\gamma(y) = \theta_2(y) - \theta_1(y) + \frac{2\pi}{\phi_0} B_0 y (2\lambda + d). \quad (7.21)$$

Segundo a equação (7.19), está claro que, para o calibre escolhido, teremos as igualdades $\theta_1(0) = \theta_1(y)$ e $\theta_2(0) = \theta_2(y)$. Assim, a equação (7.21) pode ser escrita como

$$\gamma(y) = \gamma(0) + \frac{2\pi}{\phi_0} B_0 y (2\lambda + d). \quad (7.22)$$

A equação (7.22) mostra que a densidade de corrente será uma função do tipo $j = j(y) = j_0 \text{sen}[\gamma(y)]$. Observa-se que a quantidade $\phi(y) = B_0 y (2\lambda + d)$ na equação (7.22) é exatamente o fluxo magnético que atravessa a área delimitada pelo caminho retangular tracejado na figura 7.5.

A corrente total através da junção será

$$i = L \int_{-L/2}^{L/2} j(y) dy = L j_0 \int_{-L/2}^{L/2} \text{sen} \left[\frac{2\pi B_0}{\phi_0} (2\lambda + d)y + \gamma(0) \right] dy. \quad (7.23)$$

Usando a igualdade trigonométrica

$$\text{sen}(A+B) = \text{sen}A \cos B + \cos A \text{sen}B,$$

a expressão (7.23) para a corrente pode ser escrita como

$$i = 2L j_0 \text{sen} \gamma(0) \int_0^{L/2} \cos \left[\frac{2\pi B_0}{\phi_0} (2\lambda + d)y \right] dy = L^2 j_0 \frac{\text{sen}(\pi\phi/\phi_0)}{(\pi\phi/\phi_0)} \text{sen}(\theta_2 - \theta_1) \quad (7.24)$$

onde $\phi = B_0(2\lambda+d)L$ é o fluxo magnético total que atravessa a junção. A equação (7.24) implica que a corrente máxima que atravessa a junção é uma função do campo aplicado,

$$i_{\max} = L^2 j_0 \left| \frac{\text{sen}(\pi\phi/\phi_0)}{(\pi\phi/\phi_0)} \right|, \quad (7.25)$$

que tem a mesma forma da amplitude de difração de Fraunhofer para luz incidindo sobre uma fenda única. Os dois problemas são, portanto, análogos. No caso da fenda são ondas eletromagnéticas secundárias que interferem entre dando origem ao espectro de difração, ao passo que, na junção Josephson, a interferência das componentes $j(y)$, ou seja, ondas de matéria secundárias, originam o espectro da equação (7.25). Na figura 7.6 mostra-se a dependência da amplitude de corrente de tunelamento em função do fluxo magnético que atravessa a junção.

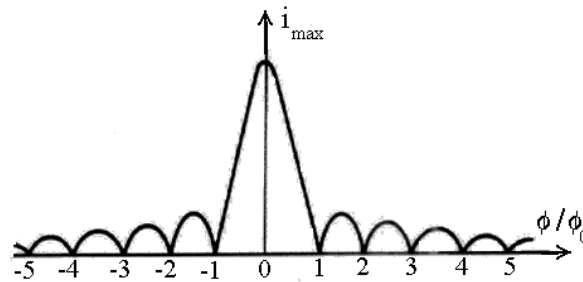


Figura 7.6. Amplitude da corrente crítica através de uma junção Josephson na presença de campo magnético.

7.3.4 O SQUID de Duas Junções

Consideramos um dispositivo constituído de um anel supercondutor contendo duas junções Josephson que é percorrido por uma corrente contínua, tal como é ilustrado pela figura 7.7. Este sistema é conhecido como SQUID (de “Superconducting Quantum Interference Device”) de duas junções ou SQUID DC e opera como um interferômetro quântico capaz de detectar campos magnéticos e variações de campos magnéticos muito pequenos.

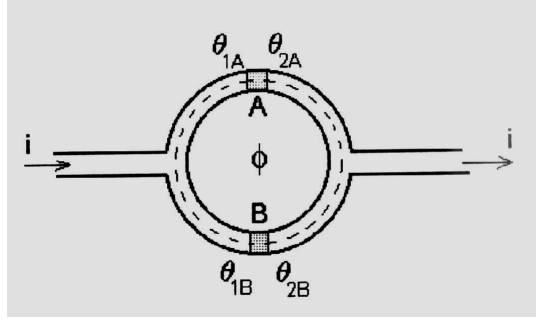


Figura 7.7. SQUID de duas junções.

No caso de junções simétricas, ambas terão a mesma corrente crítica e a corrente total circulando no circuito em paralelo será

$$i = i_0 (\text{sen} \gamma_A + \text{sen} \gamma_B) \quad (7.26)$$

onde γ_A e γ_B são as diferenças de fase através das junções A e B respectivamente, ou seja,

$$\gamma_A = \theta_{2A} - \theta_{1A} \quad \text{e} \quad \gamma_B = \theta_{2B} - \theta_{1B}. \quad (7.27)$$

Supondo que as dimensões do fio supercondutor são bem maiores que o comprimento de penetração, a integral de linha de j_s ao longo da trajetória fechada indicada deve ser nula e, tal como na seção 3.6, obtemos

$$\theta_{1A} - \theta_{2A} + \theta_{2B} - \theta_{1B} = \frac{2\pi}{\phi_0} \oint \vec{A} \cdot d\vec{l}. \quad (7.28)$$

Usando (7.27), temos

$$\gamma_B - \gamma_A = 2\pi \frac{\phi}{\phi_0}, \quad (7.29)$$

onde ϕ é o fluxo magnético através da área delimitada pelo anel. Como as duas junções são idênticas, por hipótese, podemos escrever

$$\begin{aligned}\gamma_A &= \gamma(0) + \pi \frac{\phi}{\phi_0} \\ \gamma_B &= \gamma(0) - \pi \frac{\phi}{\phi_0}.\end{aligned}\tag{7.30}$$

Portanto, a corrente total através do dispositivo será:

$$i = i_0 \left[\text{sen} \left(\gamma(0) + \pi \frac{\phi}{\phi_0} \right) + \text{sen} \left(\gamma(0) - \pi \frac{\phi}{\phi_0} \right) \right] = 2i_0 \cos \left(\pi \frac{\phi}{\phi_0} \right) \text{sen}[\gamma(0)].\tag{7.31}$$

Assim, a corrente total máxima através do SQUID é dada por

$$i_{MAX} = 2i_0 \left| \cos \pi \frac{\phi}{\phi_0} \right|.\tag{7.32}$$

Desde que a corrente seja menor que i_{MAX} , a diferença de fase $\gamma(0)$ se ajusta de modo que não ocorra dissipação. Por outro lado, os valores máximos para a corrente (7.32) ocorrem para fluxos magnéticos através do anel tais que $\phi = n\phi_0$, onde n é um número inteiro, tal como mostra a figura 7.8. A dependência da corrente crítica com o fluxo ϕ fornece a base para a operação do magnetômetro de SQUID DC. Se a área do anel for, por exemplo, de 1 cm^2 , a periodicidade em i_{MAX} corresponde a incrementos em B da ordem de $\delta B = 2 \cdot 10^{-11} \text{ T}$. Em razão da alta razão sinal/ruído obtida neste tipo de experiência, incrementos δB mil vezes menores podem ser detectados.

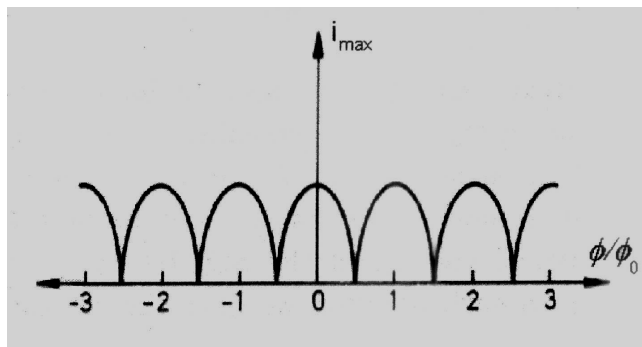


Figura 7.8. Dependência da super-corrente máxima com o fluxo magnético num SQUID de duas junções.

7.3.5 O Efeito Josephson AC

Ao longo de toda a discussão precedente sobre o efeito Josephson DC consideramos implicitamente que a diferença de fase $\theta_2 - \theta_1$ através da junção não varia no tempo. De acordo com as equações (7.14 a e b), isto implica supor que $\mu_1 = \mu_2$ e $n_1 = n_2$. Em outros termos, consideramos que o supercondutor é o mesmo dos dois lados da junção. Porém, se os lados 1 e 2 forem ligados aos terminais de uma bateria, que fornece uma diferença de potencial contínua V_0 , fraca o suficiente para não ativar o tunelamento de partícula única, as energias de um lado e outro da junção serão $\mu + e^*V_0/2$ e $\mu - e^*V_0/2$. Portanto as equações (7.14) indicam que

$$\hbar \frac{\partial (\theta_2 - \theta_1)}{\partial t} = 2eV_0, \quad (7.33)$$

ou seja, a transferência de um par de Cooper de um lado para o outro da junção envolve uma variação de energia igual a $2eV_0$.

A equação (7.33) indica que a corrente de tunelamento (7.16) será

$$j = j_0 \text{sen}(\gamma_0 + \omega t), \quad (7.34)$$

onde

$$\omega = \frac{2e}{\hbar} V_0. \quad (7.35)$$

A equação (7.34) é a expressão do efeito Josephson AC. A frequência ω é, em geral, bastante elevada. Se $V_0 = 1 \mu\text{V}$, teremos $\omega = 483.6 \text{ MHz}$, que está no domínio das microondas.

Podemos então dizer que a transferência de um par de Cooper de um lado da junção para outro requer uma energia $2eV_0$, a qual aparece na forma de um fóton de energia $\hbar\omega$, onde ω é dado pela equação (7.35).

Uma experiência para observar o efeito Josephson AC foi realizada por Shapiro (1963). A idéia consistiu em aplicar uma radiação de microondas sobre a junção em adição à diferença de potencial constante V_0 . Neste caso, a diferença de potencial total sobre a junção é dada por

$$V(t) = V_0 + v \cos(\omega't + \varphi), \quad (7.36)$$

onde $v \ll V_0$ e φ é uma certa fase. Então, a equação (7.33) fornecerá

$$\gamma(t) = \theta_2 - \theta_1 = \gamma_0 + \frac{2eV_0 t}{\hbar} + \frac{2ev}{\hbar\omega'} \text{sen}(\omega't + \varphi), \quad (7.37)$$

e a expressão para a corrente de tunelamento será dada por

$$j = j_0 \text{sen} \left[\gamma_0 + \frac{2eV_0}{\hbar} t + \frac{2ev}{\hbar\omega'} \text{sen}(\omega't + \varphi) \right]. \quad (7.38)$$

Usando a aproximação $\text{sen}(x + \delta x) \approx \text{sen}x + \delta x \cos x$, a equação (7.38) fica

$$j = j_0 \text{sen}(\gamma_0 + \omega t) + \frac{2ev}{\hbar\omega'} \text{sen}(\omega't + \varphi) \cos(\gamma_0 + \omega t). \quad (7.39)$$

Nesta expressão, o primeiro termo oscila rapidamente com a frequência $\omega = 2eV_0/\hbar$, e será nulo em média. Por outro lado, usando-se a igualdade trigonométrica

$$\text{sen}A \cos B = \frac{1}{2} [\text{sen}(A - B) + \text{sen}(A + B)],$$

mostra-se que no segundo termo haverá uma corrente independente do tempo, proporcional a $\text{sen}(\varphi - \gamma_0)$, quando $\omega' = \omega = 2eV_0/\hbar$. Uma análise mais detalhada permite mostrar que ocorrerão correntes independentes do campo toda a vez que $n\omega' = 2eV/\hbar$, onde n é um inteiro. Assim, sob tensões aplicadas $V = nV_0$ ocorrerão degraus na característica $i-V$ tal como ilustrado na figura 7.9. Os degraus dependem da amplitude da microonda aplicada sobre a junção.

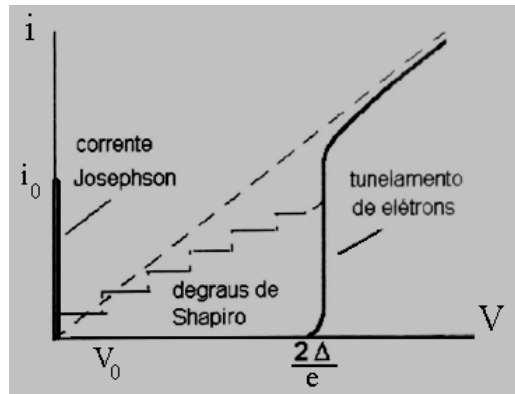


Figura 7.9. Característica corrente-voltagem de uma junção Josephson exposta à radiação de microondas.

Os degraus na curva $i-V$ de uma junção Josephson submetida à radiação eletromagnética foram detectados pela primeira vez por Shapiro (1963) e levam seu nome por esta razão.

7.4 INTERFACE SUPERCONDUTOR - METAL NORMAL

7.4.1 Efeitos de proximidade

Na interface entre um metal normal e um supercondutor se manifestam correlações que modificam certas propriedades em ambos os lados. O metal normal provoca um decréscimo no parâmetro de ordem ξ no lado supercondutor. Em particular, se o supercondutor se apresenta na forma de um filme fino com espessura menor do que ξ , as propriedades típicas do estado supercondutor não serão observadas. Por outro lado, o supercondutor também exerce um efeito sobre o lado normal. Observou-se experimentalmente que filmes finos de certos metais quando depositados sobre supercondutores massivos comportam-se como supercondutores. Estes fenômenos, que ocorrem nas vizinhanças de interfaces N-S, são chamados de efeitos de proximidade.

No caso de um supercondutor em contato com um isolante, ou no vácuo, não pode haver uma componente da super-corrente normal à superfície da amostra. Isto se traduz numa condição de contorno à segunda equação de G-L que pode ser expressa como

$$\left(-i\hbar\nabla - 2e\vec{A}\right)_n \psi = 0, \quad (7.40)$$

onde n indica componente normal. A equação acima se aplica à superfície da amostra. Numa interface N-S também devemos ter $\vec{j}_n = 0$, pois super-correntes, em princípio, não podem fluir para o lado normal. Porém, os efeitos de proximidade levam a uma generalização da condição de contorno (7.40), pois os estados eletrônicos em ambos os lados da junção são modificados em distâncias grandes quando comparadas às separações interatômicas. A condição de contorno usada é, então,

$$\left(-i\hbar\nabla - 2e\vec{A}\right)_n \psi = \frac{1}{t_e} \psi, \quad (7.41)$$

onde t_e é o “comprimento de extrapolação”, cujo valor é da ordem de ξ .

Na figura 7.10 está esquematizada a variação do parâmetro de ordem nas vizinhanças de uma interface N-S.

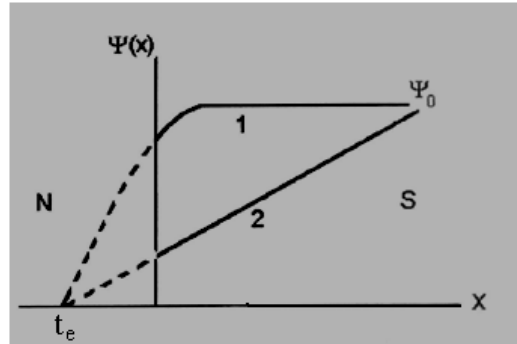


Figura 7.10. *Variação do parâmetro de ordem nas vizinhanças de uma interface N-S. A curva 1 refere-se a temperaturas muito abaixo de T_c , ao passo que a curva 2 refere-se a temperaturas próximas a T_c .*

Existem vários efeitos físicos relacionados à existência do comprimento característico t_e . Entre eles está o decréscimo da temperatura crítica de filmes finos supercondutores depositados sobre um metal normal. Outro efeito interessante é a indução de supercondutividade no metal normal numa camada cuja espessura é da ordem de t_e , que neste caso desempenha o papel de um comprimento de coerência do metal normal. Se o metal normal estiver no limite limpo (longos livres-caminhos-médios eletrônicos), então t_e é dado por

$$t_e \approx \frac{\hbar v_F}{k_B T_c},$$

e a supercondutividade pode ser induzida em distâncias da ordem de algumas centenas de nanômetros no sistema normal. Por esta razão junções de tunelamento em que o espaçador é um metal normal têm correntes críticas apreciáveis mesmo para espessuras de metal 10 ou 100 vezes maiores que no caso de barreiras isolantes.

7.4.2 Reflexões de Andreev

Examinemos outro aspecto do contato entre um supercondutor e um metal normal. Mais especificamente, consideremos o comportamento de uma junção supercondutor-metal normal-supercondutor (SNS) polarizada. Como vimos na seção 7.2.2, um elétron do metal normal somente pode tunelar como uma quase-partícula para o lado supercondutor se sua energia (medida em relação ao nível de

Fermi) for igual ou superior à largura do “gap” Δ . Assim, se o potencial de polarização da junção for inferior a Δ / e , o elétron é acelerado pelo campo, porém deve ser refletido pelas interfaces S-N. Isto implica que o espaçador normal funciona como um poço quântico para os estados eletrônicos, que passam a ser estados ligados com energias quantizadas em função dos parâmetros do poço, tal como representado esquematicamente na figura 7.11. As reflexões nas interfaces S-N, no entanto, são de uma natureza peculiar, pois a reflexão de um elétron do lado normal deve corresponder à reflexão de um par de Cooper do lado supercondutor. A conservação de carga no processo conduz a situação seguinte: na segunda interface N-S₂, o elétron é refletido pela barreira de volta ao metal como uma anti-partícula (um buraco), com a velocidade revertida mas com o mesmo momento linear. Enquanto isso, o elétron inicial se associa com aquele que originou o buraco e ambos formam um par de Cooper que é transferido ao supercondutor do lado 2 (ver figura). O buraco se desloca em direção à primeira interface S₁-N onde é refletida de volta como elétron, enquanto um par de Cooper é transferido, com velocidade oposta, ao supercondutor S₁. Estas reflexões denominam-se de reflexões de Andreev e os estados ligados quantizados no metal normal, que são formados pela superposição de um elétron e de um buraco com a mesma energia, são chamados de estados de Andreev.

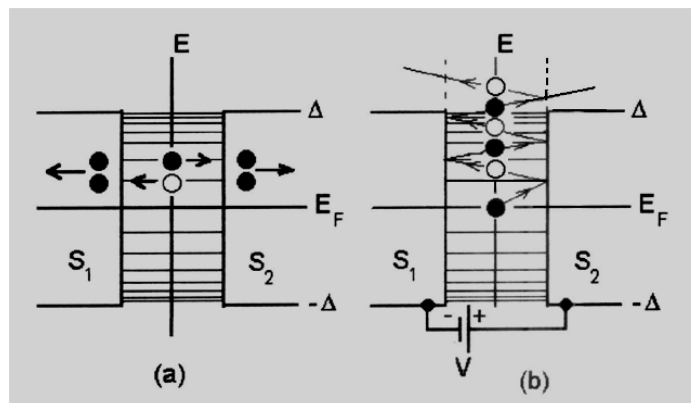


Figura 7.11. (a) Estados localizados de Andreev numa junção SNS. (b) Reflexões de Andreev na presença de um campo elétrico.

Como mostra a figura 7.11(b), a aceleração das quase-partículas no metal normal pelo campo elétrico provoca múltiplas reflexões e eventualmente (caso não haja espalhamento incoerente) promove elétrons e buracos a estados com energia maior que Δ , onde então ambos passam a contribuir para a corrente elétrica através da junção. Em razão do processo peculiar de reflexão de Andreev, os elétrons e os buracos fornecem contribuições aditivas à corrente, dando origem ao fenômeno da corrente em excesso, típico das junções SNS.

Na figura 7.12 está mostrada a característica corrente-voltagem para uma junção SNS, onde observa-se o fenômeno da corrente em excesso que se verifica no intervalo de tensão aplicada entre 0 e o valor correspondente ao “gap”.

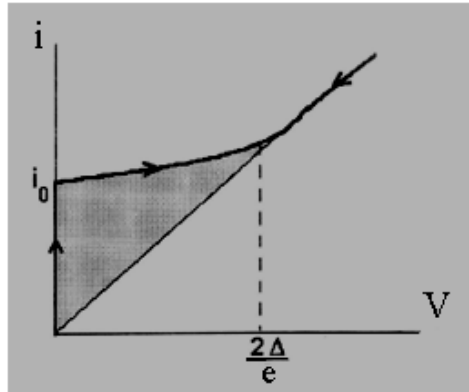


Figura 7.12. Característica i - V de uma junção SNS. A região hachurada representa a corrente em excesso.