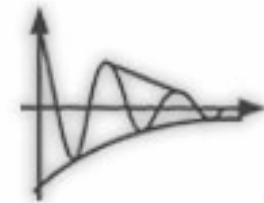




VI Escola do CBPF

Rio de Janeiro, 17 a 28 de julho de 2006



Lembrando....

Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

Conservação da energia

$$\frac{d\rho_i}{da} + \frac{3}{a}(\rho_i + p_i) = 0$$

Modelo Λ CDM:

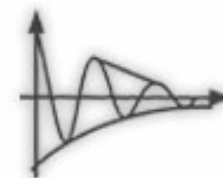
$$H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_r a^{-4} + \Omega_M a^{-3} + \Omega_k a^{-2} + \Omega_\Lambda \right]$$

$$\Omega_k = 1 - \Omega_0 = 1 - \Omega_m - \Omega_r - \Omega_\Lambda = -\frac{K}{H_0^2}$$



VI Escola do CBPF

Rio de Janeiro, 17 a 28 de julho de 2006



A Geometria do Cosmos

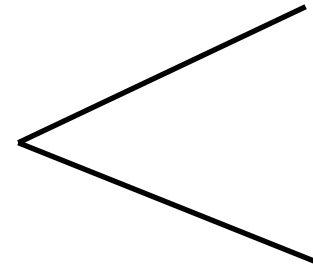
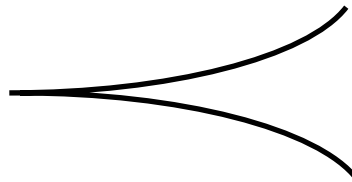
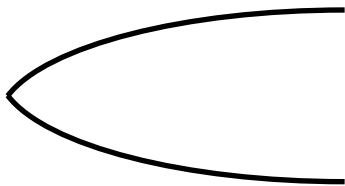
A Métrica (Espacial) do Universo Homogêneo

- Métrica: $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$
- Seção espacial, isotropia:
 $(d\vec{r})^2 = f(r)dr^2 + g(r)(r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2)$
- r' definido pela área
- Curvatura constante: $f = \frac{1}{1 - Kr^2}$

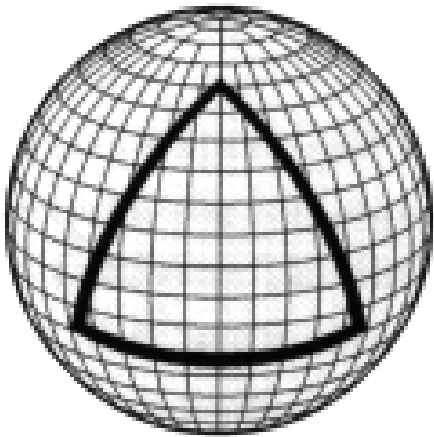
$$(d\vec{r})^2 = \frac{1}{1 - Kr^2} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2$$

Geometria

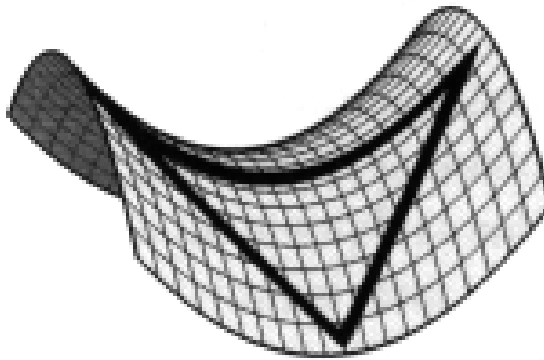
Ângulos:



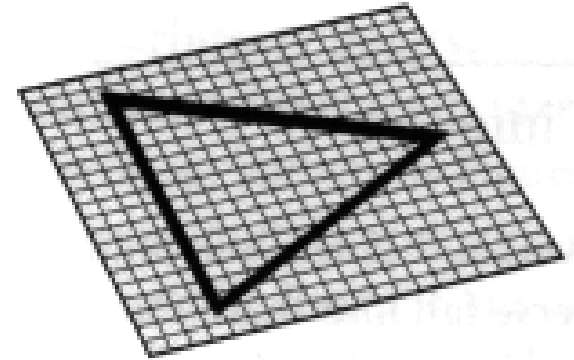
Analogia 2D:



Esférica



Hiperbólica



Plana

Geometria Espaço-Temporal do Universo Homogêneo

- Invariante: $ds^2 = dt^2 - (d\vec{x})^2$
- Todas as escalas expandem com $a(t)$:

$$(d\vec{x})^2 = a^2(t)(d\vec{r})^2 = a^2(t)\left(\frac{1}{1-Kr^2}dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2\right)$$


$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)\left(\frac{1}{1-Kr^2}dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2\right)$$



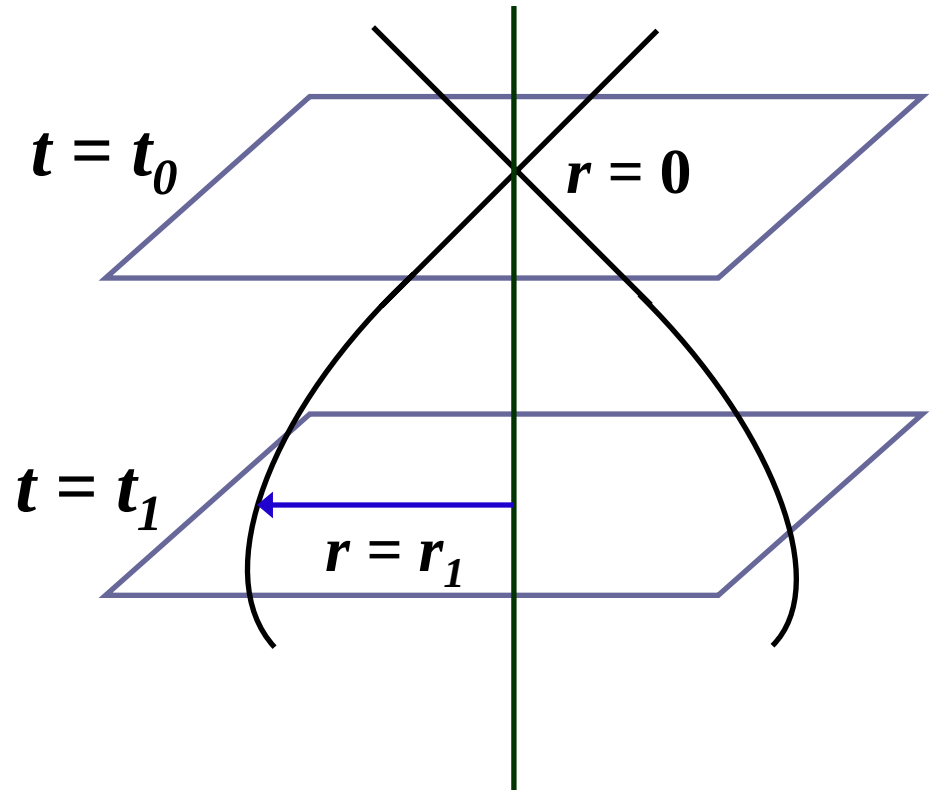
Métrica de Friedmann (Robertson-Walker)

Propagação da Luz e Desvio para o Vermelho

- Integrando uma geodésica nula na direção radial:

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} \equiv f(r_1)$$

$$\Rightarrow \frac{\delta t_1}{a(t_1)} = \frac{\delta t_0}{a(t_0)}$$



Desvio para o vermelho



$$z := \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1} = \frac{a(t_0)}{a(t_1)} - 1$$

$$a(t) = (1 + z)^{-1}$$

Distância de Luminosidade

$$d_L^2 := \frac{L}{4\pi F} \quad F: \text{Energia por unidade de área por unidade de tempo}$$

Área da S^2 centrada na fonte no instante de detecção t_0 : $4\pi a^2(t_0)r_1^2$

Variação da energia: $h\nu_1/h\nu_0 = (1+z)^{-1}$

Diferença de tempo: $\delta t_0 / \delta t_1 = a(t_0) / a(t_1) = 1+z$

Logo:
$$F = \frac{L}{4\pi a^2(t_0)r_1^2(1+z)^2}$$



$$d_L^2 = a^2(t_0)r_1^2(1+z)^2$$

Distância de Luminosidade

$$d_L = a(t_0) r_1 (1 + z)$$

Como

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} = \begin{cases} \sin^{-1}(\sqrt{K} r_1) / \sqrt{K}, & \text{para } K > 0 \\ r_1, & \text{para } K = 0 \\ \sinh^{-1}(\sqrt{K} r_1) / \sqrt{K}, & \text{para } K < 0 \end{cases}$$

teremos

$$d_L = (1 + z) \text{sen}_K \left(H_0 \sqrt{1 - \Omega_0} \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right) / H_0 \sqrt{1 - \Omega_0}$$

Distância de Luminosidade

No caso plano:

$$d_L = (1+z) \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}$$

Lembrando que (no modelo Λ CDM)

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_r a^{-4} + \Omega_M a^{-3} + \Omega_k a^{-2} + \Omega_\Lambda \right]$$

temos

$$d_L = \frac{(1+z)}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_r (1+z')^4 + \Omega_M (1+z')^3 + \Omega_\Lambda}}$$

Distância de Luminosidade

Expansão em série (independente do modelo):

Em 1ª ordem

$$H_0 d_L(z) = cz \quad \Leftarrow \quad \text{“Lei” de Hubble}$$

Exercício: obter, em 2ª ordem

$$H_0 d_L(z) = cz \left[1 + \frac{1}{2}(1 - q_0)z \right]$$

Dica: expandir $\frac{1}{a(t)}$ em série de potências

O parâmetro de desaceleração

Em 2ª ordem

$$H_0 d_L(z) = cz \left[1 + \frac{1}{2}(1 - q_0)z \right]$$

onde

$$q_0 = -\frac{\ddot{a}_0}{a_0 H_0^2}$$

Exercício: obter a equação para $\ddot{a}$ e relacionar com os parâmetros cosmológicos

Sacolejada, estalo...

Exercício: obter, em 3ª ordem

$$H_0 d_L(z) = cz \left[1 + \frac{1}{2}(1 - q_0)z - \frac{1}{6} \left(1 - q_0 - 3q_0^2 + j_0 + \frac{Kc^2}{H_0^2} \right) z^2 + O(z^3) \right]$$

onde $j_0 = \frac{\ddot{a}_0}{a_0 H_0^3}$ é a sacolejada

Termo de 4ª ordem

$$\frac{cz}{H_0} \frac{1}{24} \left[2(1 - q_0) - 15q_0^2(1 + q_0) + 5j_0 + 10q_0 j_0 + s_0 + \left(\frac{2Kc^2(1 + 3q_0)}{H_0^2} \right) \right] z^3$$

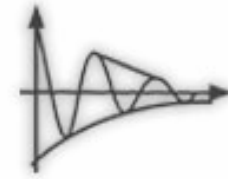
onde $s_0 = \frac{\ddot{\ddot{a}}_0}{a_0 H_0^4}$ é o estalo

Dica: ver <http://arxiv.org/pdf/gr-qc/0309109>



VI Escola do CBPF

Rio de Janeiro, 17 a 28 de julho de 2006



O Lado Escuro do Universo

Episódio II

Supernovas do Tipo Ia e Cosmologia

Vantagens:

- Luminosidade

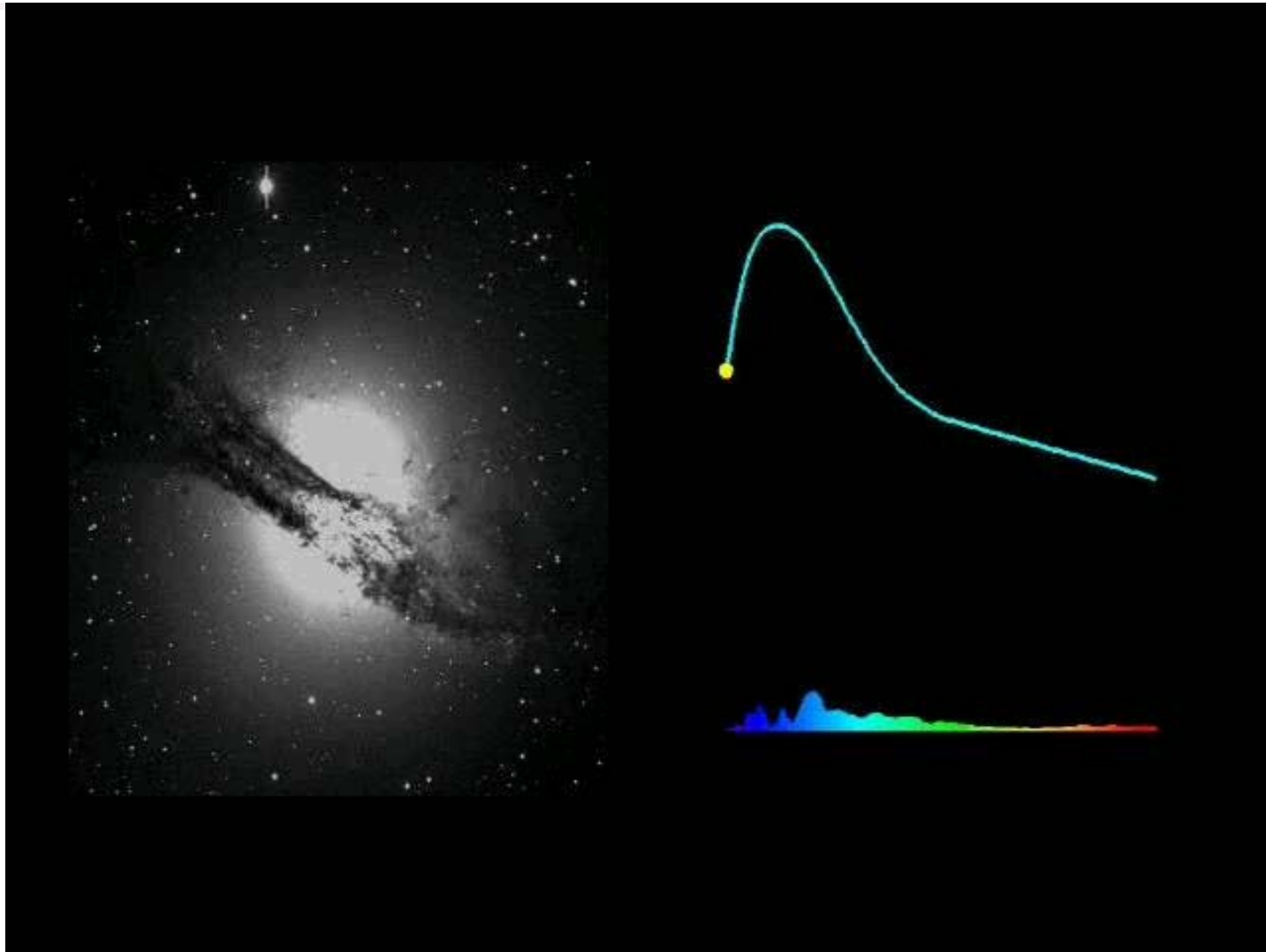
Extrema

$(10^9 - 10^{10} L_{\odot})$

⇒ Podem ser vistas
a grandes distâncias



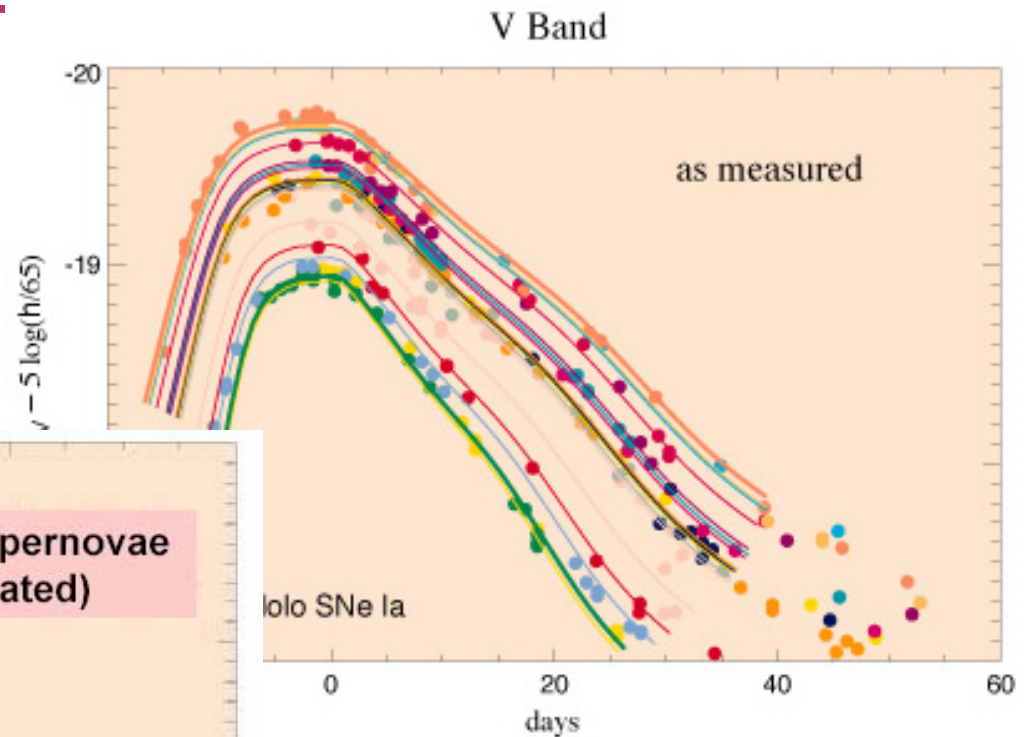
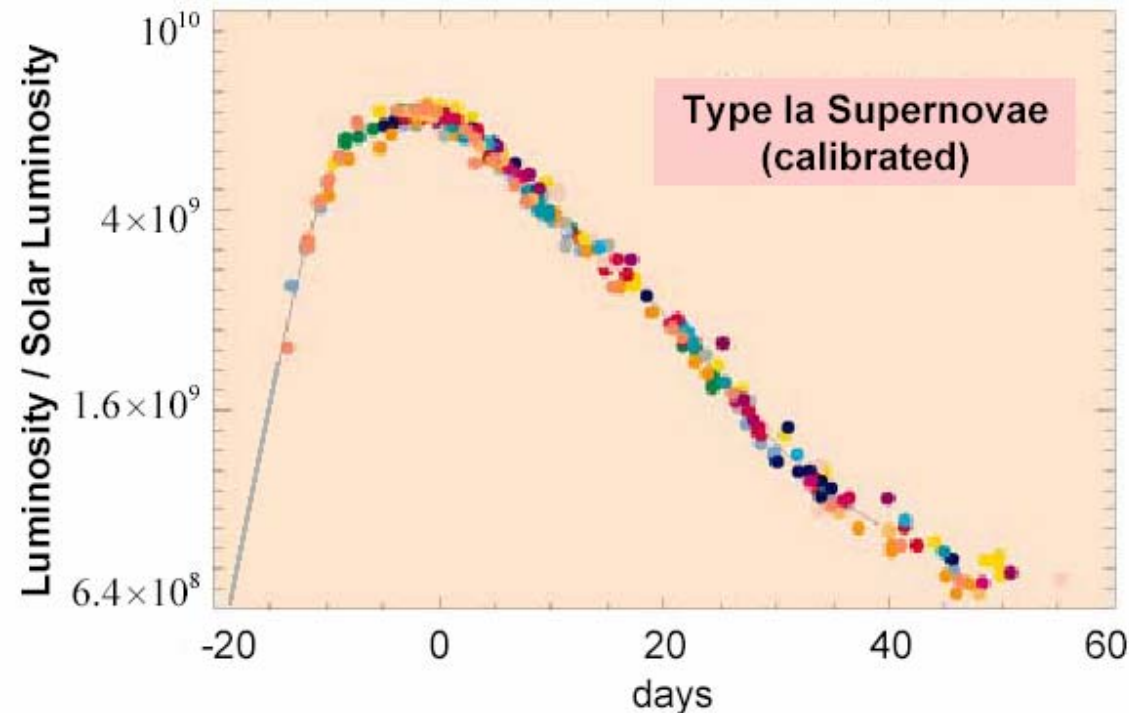
Curvas de luz de Supernovas do Tipo Ia



Curvas de luz de Supernovas do Tipo Ia

Altamente homogêneas

⇒ Velas padronizáveis



Supernovas do Tipo Ia e Cosmologia

Vantagens:

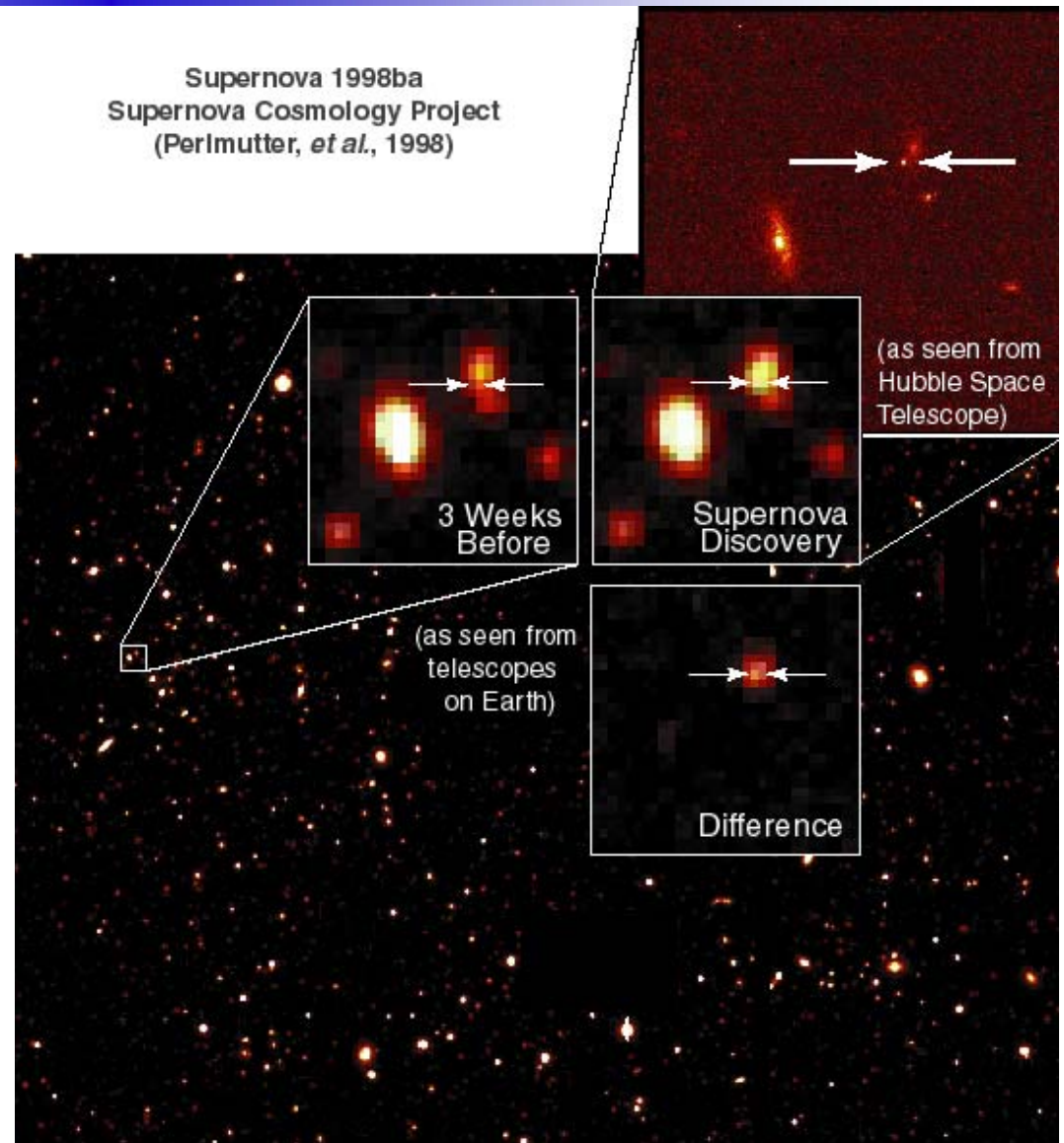
- Luminosidade Extrema ($10^9 - 10^{10} L_{\odot}$)
 - Altamente homogêneas
- ⇒ Velas padronizáveis

Desvantagens:

- Eventos raros e aleatórios
 $\approx 1/500$ ano/galáxia
- Duração curta

Solução:

- Busca automatizada
- SCP, High-z team



O Universo Acelerado

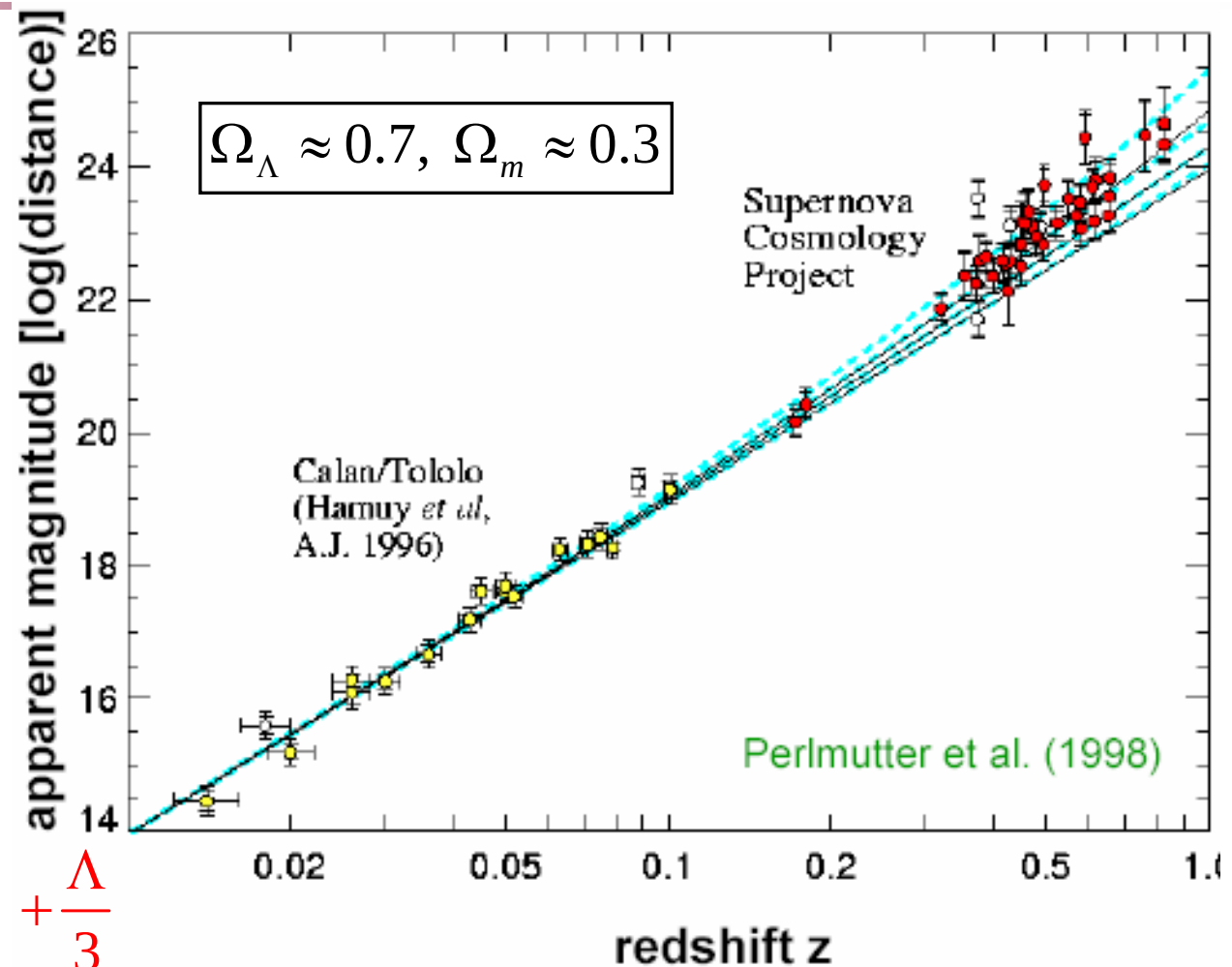
⇒ Diagrama de Hubble para grandes z , com boa precisão

⇒ O Universo está em expansão acelerada.

⇒ Mas

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P) + \frac{\Lambda}{3}$$

⇒ Energia escura, ou constante cosmológica!



A Idade do Universo

Idade $\times H_0^{-1}$

Evolução do Universo ($\Lambda = 0$)

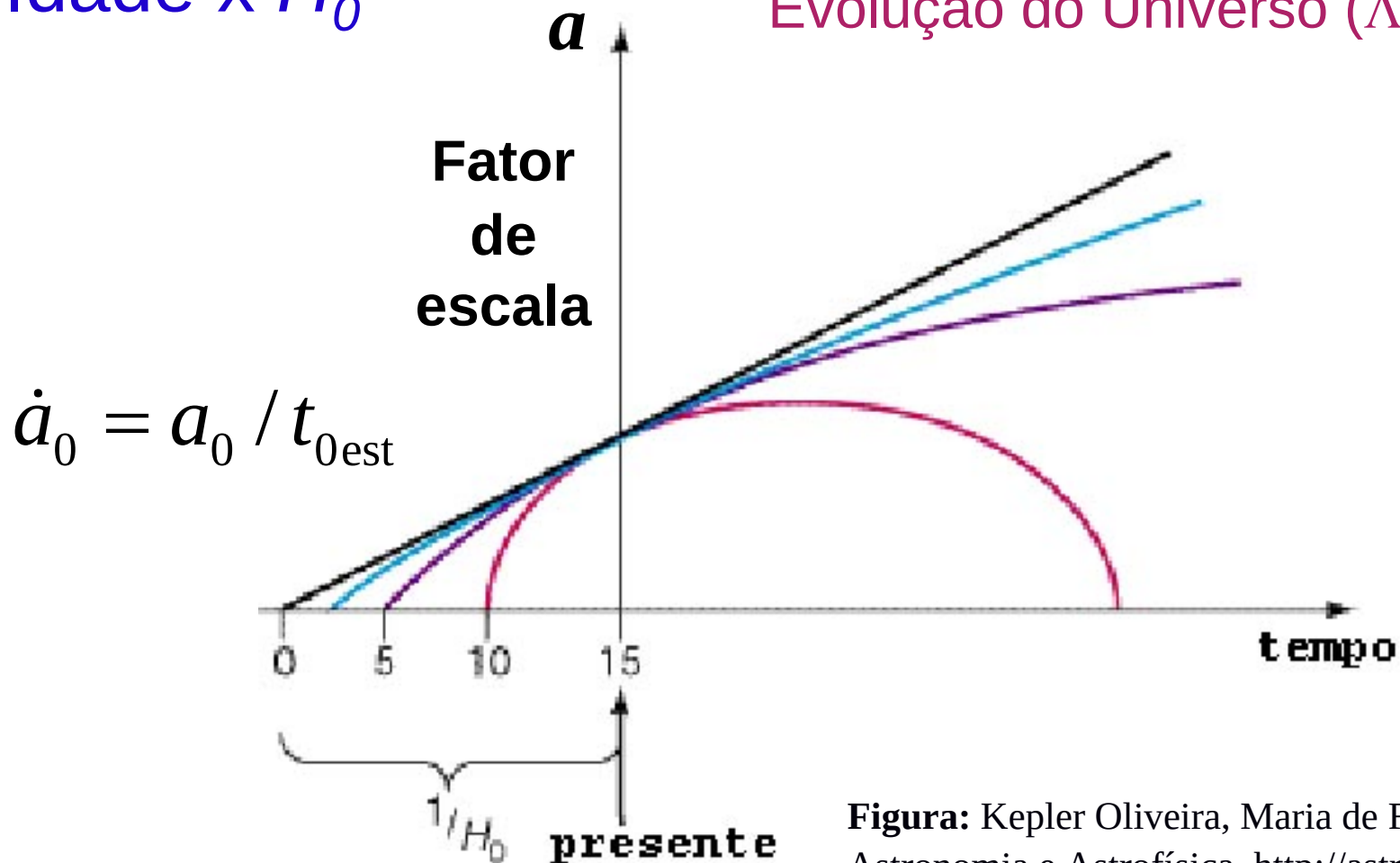


Figura: Kepler Oliveira, Maria de Fátima Saraiva
Astronomia e Astrofísica, <http://astro.if.ufrgs.br/>

A Idade do Universo

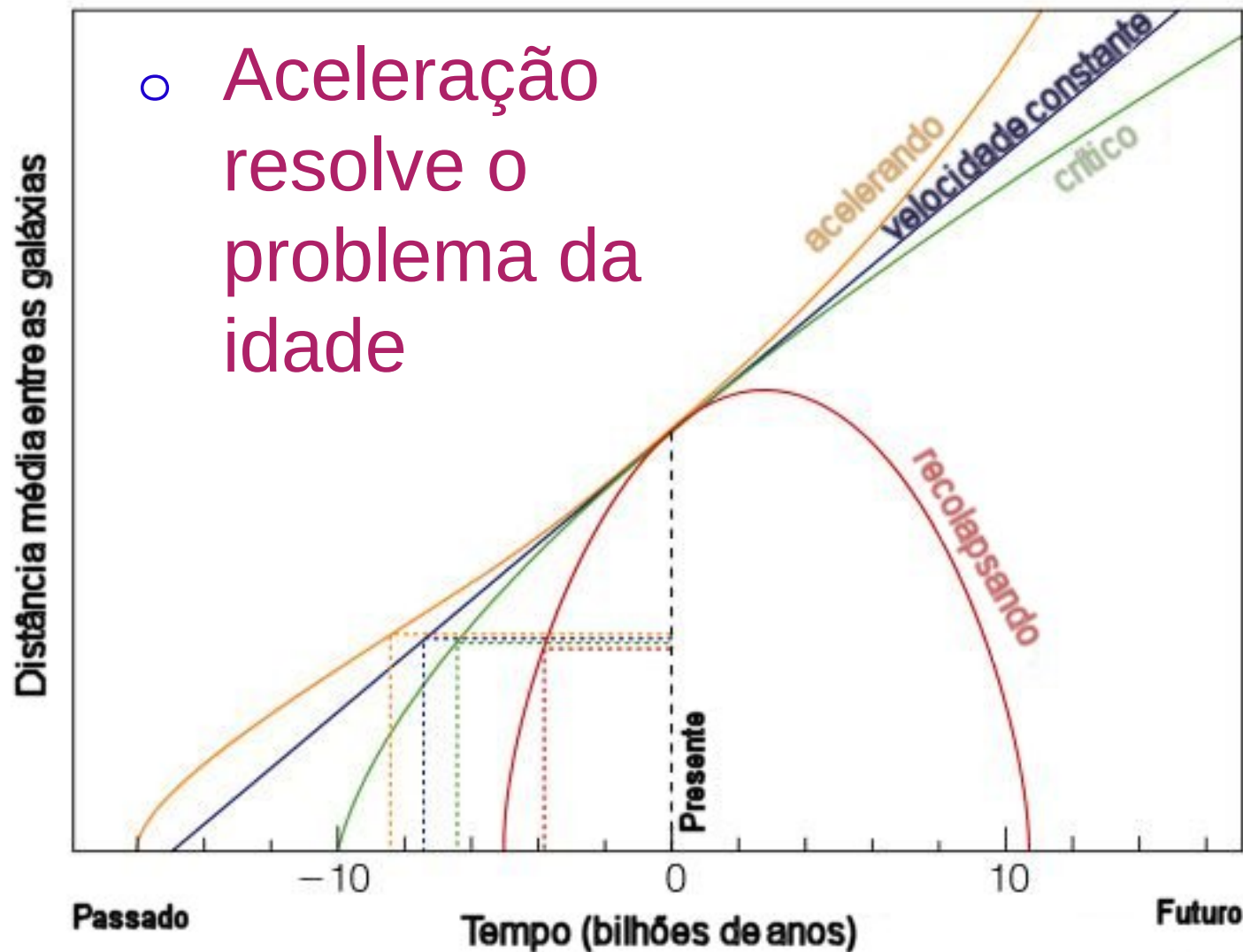
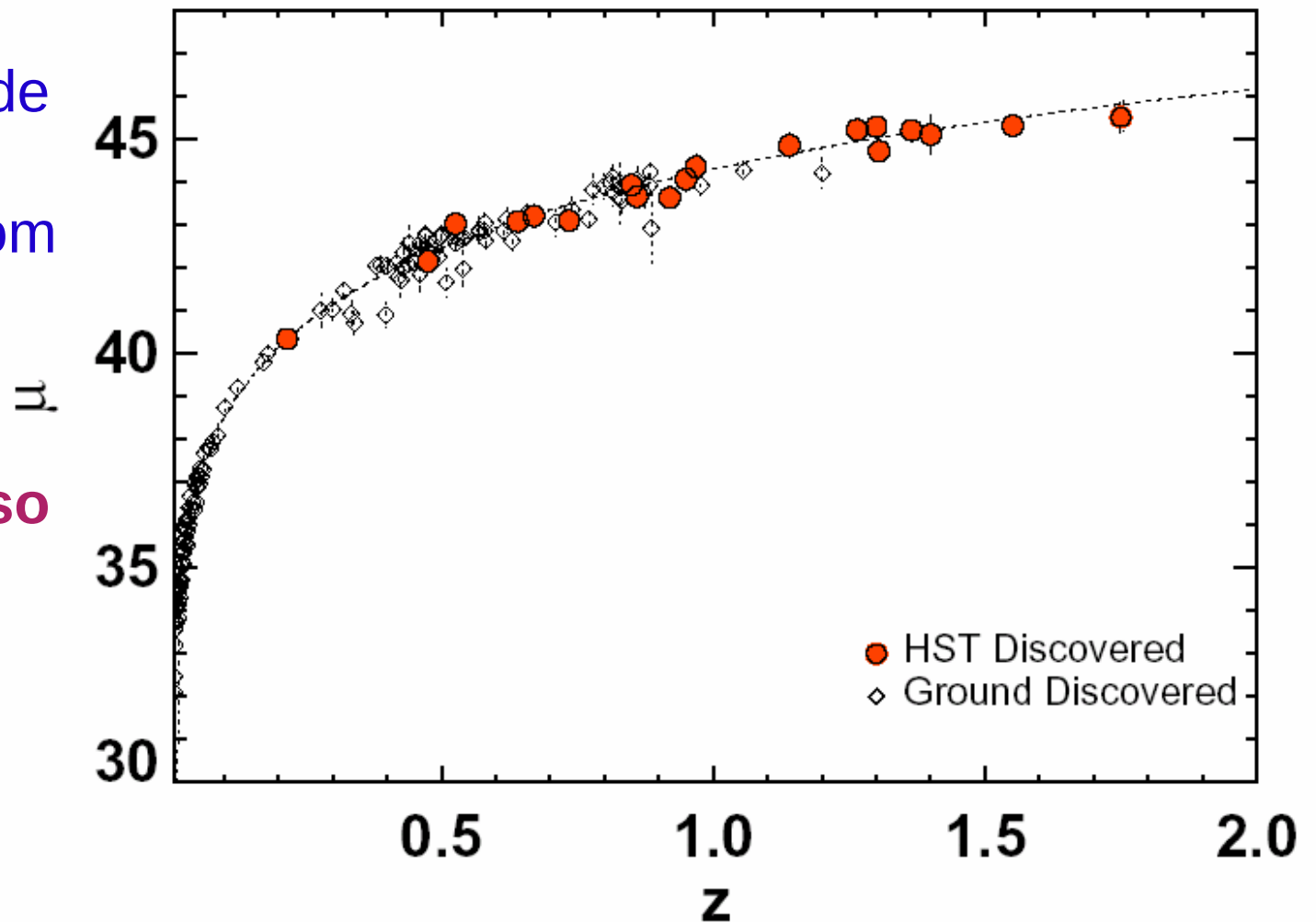


Figura: Kepler Oliveira, Maria de Fátima Saraiva, Astronomia e Astrofísica, <http://astro.if.ufrgs.br/>

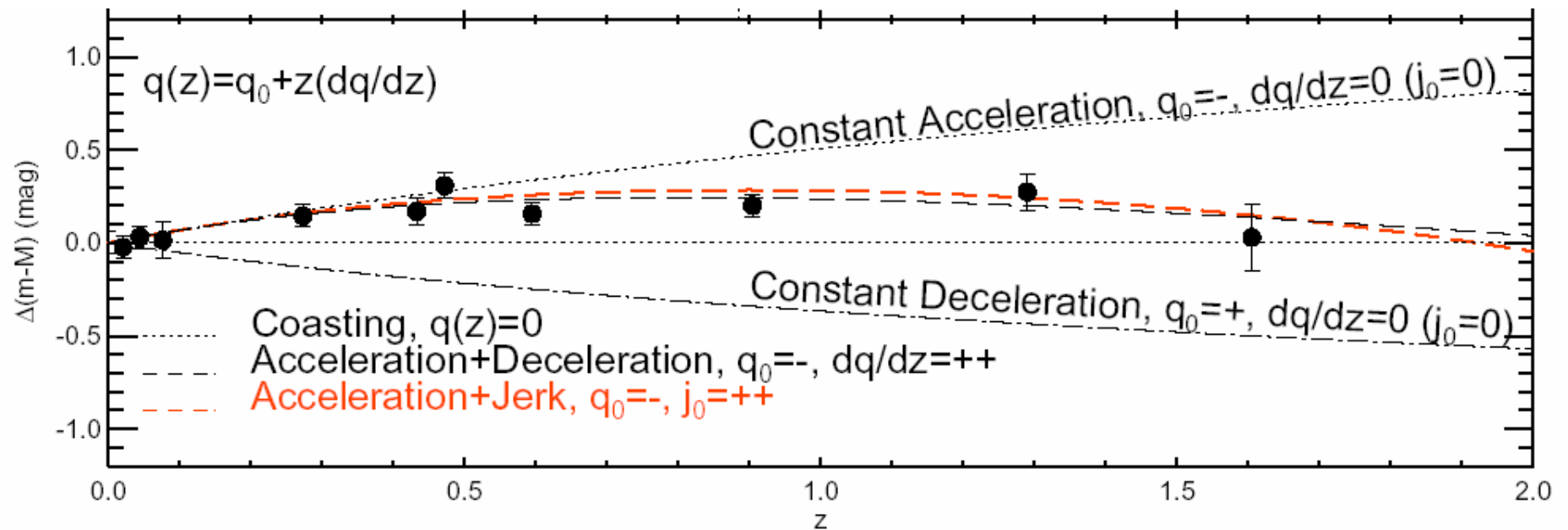
O Universo Acelerado

⇒ Diagrama de Hubble para grandes z , com boa precisão

⇒ O Universo está em expansão acelerada



O Universo Desacelerando!



Energia Escura

2/3 da densidade do universo estão sob a forma de Energia Escura!

Evidências:

- Expansão acelerada de galáxias distantes
- Idade do Universo
- Curvatura pequena
- Análise combinada de diversos observáveis cosmológicos

Candidatos (Taxonomia da Energia Escura):

- q Constante cosmológica
- q Campo escalar:
 - Quintessência
 - k-essência, spintessência, meleca...

Nova teoria da gravitação