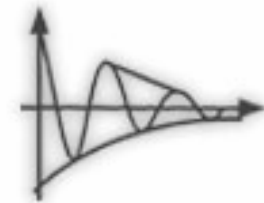




VI Escola do CBPF

Rio de Janeiro, 17 a 28 de julho de 2006



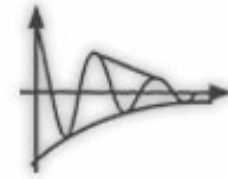
Lembrando....

- Expansão do Universo
- Objetos astronômicos
 - q Matéria escura (distribuição mais suave)
- Distribuição de matéria no Universo



VI Escola do CBPF

Rio de Janeiro, 17 a 28 de julho de 2006



Parte II

O Universo Homogêneo I

Cosmologia Newtoniana I:

A equação de Friedmann

- Distribuição esfericamente simétrica e uniforme:

$$R(t) = a(t)r$$

Equação de Friedmann

- “Conservação da energia”

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{GMm}{R} = E \quad \Longrightarrow$$


$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G}{3}a^2\rho - K$$

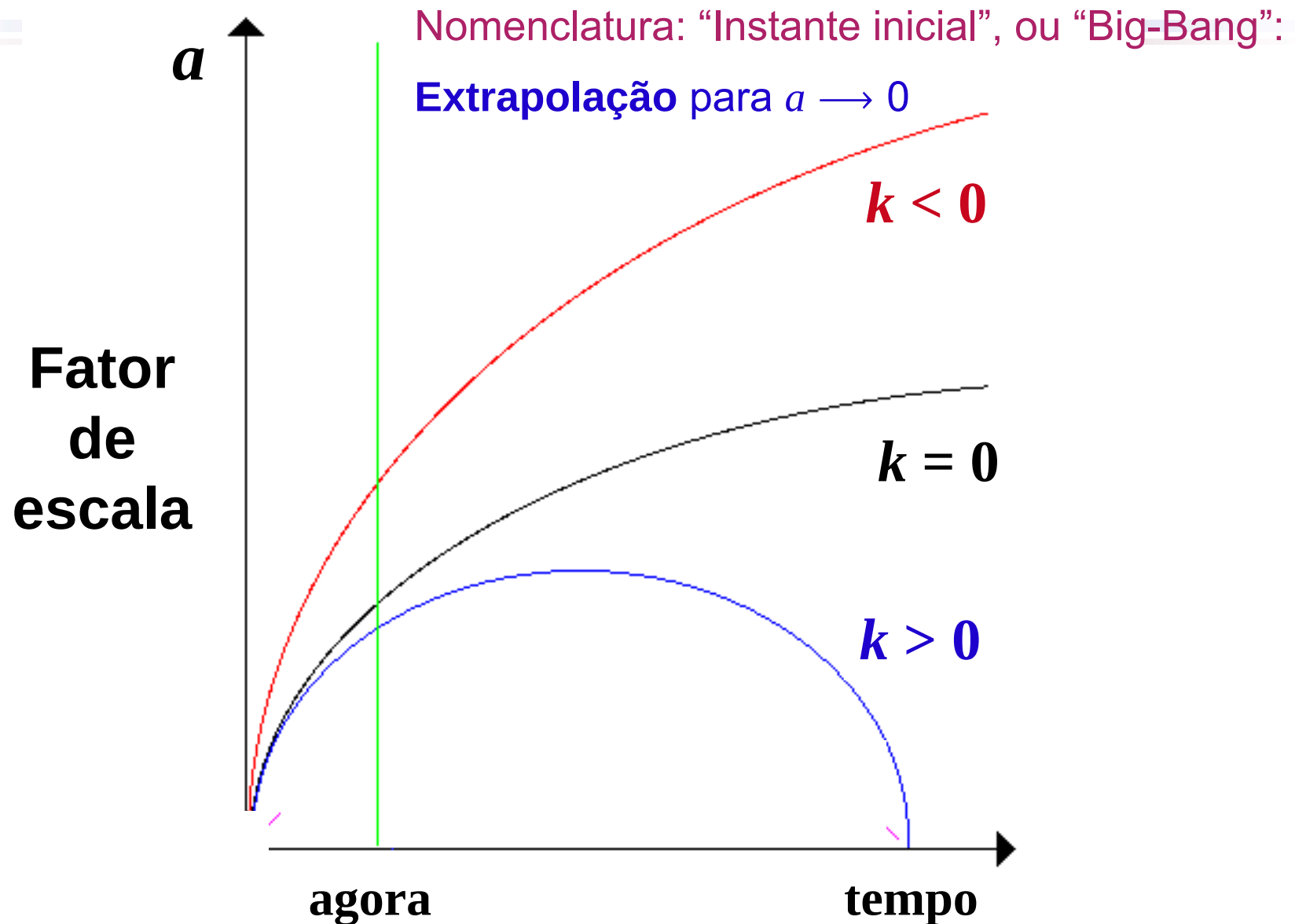
- Sabendo $\rho(a)$, podemos obter $a(t)$

q Exemplo I: Matéria (partículas): $\rho \propto a^{-3}$

– $K = 0 \longrightarrow a \propto t^{2/3}$ Einstein - de Sitter

– $K \neq 0$

Evolução do Universo ($\Lambda = 0$)



Densidade de Energia e Fator de Escala

○ Conservação da Energia

$$\begin{array}{c} \text{—————} dE = -PdV \\ \downarrow \\ \text{Energia interna} \end{array}$$

- **Densidade de energia:** $\rho = \rho_0 + \varepsilon = nmc^2 + \varepsilon$

$$dE = d(\varepsilon V) = a^3 d\varepsilon + \varepsilon 3a^2 da$$

○ Conservação da Massa de Repouso

$$dMc^2 = d(\rho_0 V) = a^3 d\rho_0 + \rho_0 3a^2 da = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{d\rho + 3(\rho + p)\frac{da}{a} = 0}$$

**Válida também na
relatividade geral!**

Evolução dos constituintes

- Conservação da Energia para Cada Componente:

$$d\rho_i + 3(\rho_i + p_i)\frac{da}{a} = 0$$

Exemplo 1: bárions (hoje), matéria escura: $p = 0$

$$\Rightarrow \rho_M \propto a^{-3}$$

Exemplo 2: radiação: $p = \rho/3$

$$\Rightarrow \rho_r \propto a^{-4} \quad \rho_\gamma = \sigma T^4 \quad \longrightarrow \quad T_\gamma \propto a^{-1}$$

Exemplo 3: “vácuo”: $p = -\rho$

$$\Rightarrow \rho_v = \text{const.}$$

Soluções da Equação de Friedmann

Equação de Friedmann

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G}{3} a^2 \rho - K$$

Conservação da energia

$$\frac{d\rho}{da} + \frac{3}{a}(\rho + p) = 0$$

○ $K = 0$

q *Radiação* $\Rightarrow a \propto t^{1/2}$

q *Matéria* $\Rightarrow a \propto t^{2/3}$ (Einstein-de Sitter)

q “Vácuo” $\Rightarrow a \propto e^{Ht}$ (De Sitter)

○ $K \neq 0$

q “Vazio” $\Rightarrow a \propto t^{2/3}$

Exercício:

$$p = w \rho$$

Universo multicomponente

Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

Componentes não
interagentes

⇒ Conservação da energia
independente para cada tipo



Conservação da energia

$$\frac{d\rho_i}{da} + \frac{3}{a}(\rho_i + p_i) = 0$$

Quem “Comanda” a Expansão?

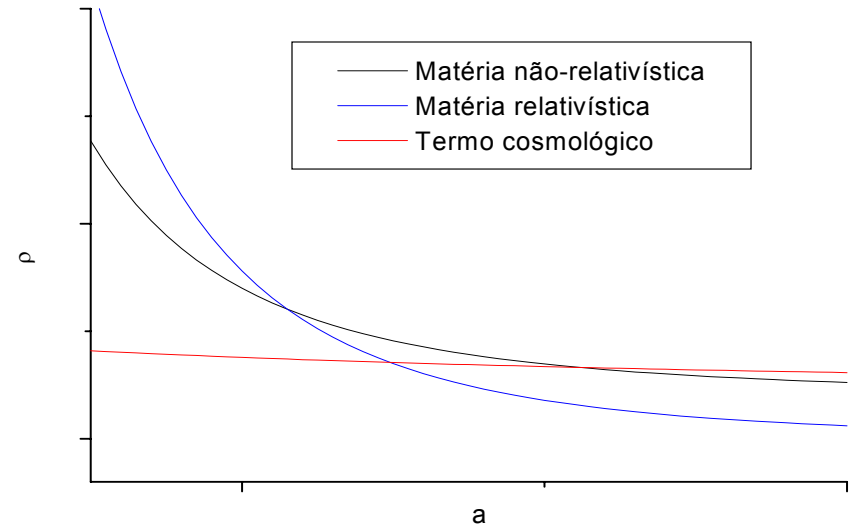
○ Comportamento dos ingredientes

$\rho_{\text{radiação}} \propto a^{-4}$, $\rho_{\text{matéria}} \propto a^{-3}$, $\rho_x \propto a^{-3(1+w_x)}$, com $w_x < -1/2$

Equação de Friedmann

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

- Era dominada pela radiação
- Era dominada pela matéria
- Era dominada pela curvatura?
- Era da expansão acelerada (energia escura?)



Problema da coincidência

Parâmetros Cosmológicos

- Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

- Parâmetros de densidade

$$\Omega_i := \frac{\rho_{i0}}{\rho_{crit}} \quad \text{com} \quad \rho_{crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad \text{e} \quad \Omega_k = -\frac{K}{H_0^2}$$

- Parâmetro de Hubble (modelo Λ CDM)

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_r a^{-4} + \Omega_M a^{-3} + \Omega_k a^{-2} + \Omega_\Lambda \right]$$