# VI. Ressonância Magnética

## VI.1 O Fenômeno da Ressonância Magnética

$$\mu = \gamma \hbar I \tag{1}$$

$$\mu = g_I \mu_N I \tag{2}$$

g é o fator g nuclear e $\mu_N$ é o magneton nuclear:

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = \frac{\mu_B}{1836} \tag{3}$$

$$\frac{d(\hbar I)}{dt} = \frac{1}{\gamma}\frac{d\mu}{dt} = \mu \times B \tag{4}$$

ou

$$\frac{d\mu}{dt} = \gamma \, \mu \times B \tag{5}$$

$$\frac{dM}{dt} = \gamma \, M \times B \tag{6}$$

$$\frac{d}{dt}M^2 = \frac{d}{dt}(M \cdot M) = 2M \cdot \frac{dM}{dt} = 2M \cdot (\gamma \, M \times B) \equiv 0 \tag{7}$$

Componentes:

$$
\begin{aligned}
dM_x/dt &= \gamma M_y B \\
dM_y/dt &= -\gamma M_x B \\
dM_z/dt &= 0
\end{aligned}
\tag{5.8}
$$

Solução:

$$
\begin{aligned}
M_x(t) &= M_x(0)\cos(\gamma B t) + M_y(0)\mathrm{sen}(\gamma B t) \\
M_y(t) &= -M_x(0)\mathrm{sen}(\gamma B t) + M_y(0)\cos(\gamma B t) \\
M_z(t) &= M_z(0)
\end{aligned}
\tag{5.9}
$$

Equação de Bloch:

$$
\frac{dM}{dt} = \gamma M \times B - \frac{M_x i + M_y j}{T_2} - \frac{(M_z - M(0))k}{T_1}
\tag{10}
$$

$T_1$ – tempo de relaxação longitudinal

$T_2$ – tempo de relaxação transversal

Energia no campo B:

$$E = -\mu \cdot B = -\mu_z B = -\gamma \hbar I_z B \qquad (11)$$

$I = 1/2$:

$$E_1 = -\frac{\hbar \gamma B}{2} = -\frac{\hbar \omega_0}{2}; \qquad E_2 = -\frac{\hbar \gamma B}{2} = \frac{\hbar \omega_0}{2} \qquad (12)$$

$\omega_0 = \gamma B$ é a freqüência de Larmor

## VI.2 Magnetização num Sistema Girante de Coordenadas

$$\frac{d^0 i}{dt} = - \pounds\, i \qquad (13)$$

A derivada do vetor $V = V_x i + V_y j + V_z k$ no sistema girante será:

$$\frac{d^0 V}{dt} = \frac{dV_x}{dt} i + \frac{dV_y}{dt} j + \frac{dV_z}{dt} k + V_x \frac{d^0 i}{dt} + V_y \frac{d^0 j}{dt} + V_z \frac{d^0 k}{dt} \qquad (14)$$

ou

$$\frac{d^0 V}{dt} = \frac{dV}{dt} + - \pounds\, V \qquad (15)$$

Para o vetor magnetização M:

$$\frac{d^0 M}{dt} = \frac{dM}{dt} + - \pounds\, M = {}^\circ M \pounds B_0 + - \pounds\, M \qquad (16)$$

portanto,

$$\frac{d'M}{dt} = M \times (\gamma B_0 - \Omega) = \gamma M \times \left(B_0 - \frac{\Omega}{\gamma}\right) \quad (17)$$

$$\frac{d'M}{dt} = \gamma M \times B_{ef} \quad (18)$$

com

$$B_{ef} = B_0 - \frac{\Omega}{\gamma} \quad (19)$$

Se $\Omega = \gamma B_0 = \omega_0$, $B_{ef} = 0$.

Neste caso,

$$\frac{d'M}{dt} = 0 \quad (20)$$

Com $B_1(t) = B_1 i'$:

$$\frac{d'M}{dt} = \gamma M \times B_1(t) \quad (21)$$

O campo efetivo fica

$$B_{ef} = B_0 + B_1(t) - \frac{\Omega}{\gamma} \quad (22)$$

Equação de Bloch no sistema girante:

$$\frac{dM'}{dt} = \gamma M \times \left(B_0 - \frac{\omega}{\gamma} + B_1\right) - \frac{M'_x i + M'_y j}{T_2} - \frac{[M'_z - M(0)]k}{T_1} \qquad (23)$$

$$B_{ef} = \left(B_0 - \frac{\omega}{\gamma}\right)k' + B_1 i' \qquad (24)$$

## VI.3 Ressonância Magnética Pulsada

$$\theta = \omega_1 t = \gamma B_1 t \qquad (25)$$

Indução livre

$$m'(t) = -m_0 \sin(\omega_1 t_a)\left[-\cos^2\left(\frac{\omega_1 t_a}{2}\right)\exp\left(\frac{-t^2}{2T_2^{*2}}\right)\exp\left(\frac{-t}{T_2}\right)\right] - M_z(\tau)\sin(\omega_1 t_a)\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\tau}{T_2^*}\right)^2 - \frac{t-\tau}{T_2}\right] \qquad (26)$$

$T_2^*$ – tempo característico da indução livre

Eco de spin:

$$m(t) = m_0 \sin(\omega_1 t_a)\sin^2\left(\frac{\omega_1 t_a}{2}\right)\exp\left[\frac{-(t-2\tau)^2}{2T_2^{*2}}\right] - \cos^2\left(\frac{\omega_1 t_a}{2}\right)\exp\left(\frac{-t^2}{2T_2^{*2}}\right)\exp\left(\frac{-t}{T_2}\right) \qquad (27)$$