

## II. Momentos Magnéticos Atómicos

Momento magnético associado ao movimento de um elétron de carga  $|e|$ :

$$\mathbf{l} = \frac{e}{2m_e} \mathbf{r} \times \mathbf{v} = \frac{i e \mathbf{r}^2}{2m_e} \mathbf{\hat{r}} \quad (1)$$

Momento angular orbital do elétron:

$$J = r \times m_e v \quad \text{ou} \quad J = m_e |v|^2 r$$

Donde

$$\mathbf{l} = \frac{i e}{2m_e} \mathbf{J} \quad (2)$$

O menor valor de  $\mathbf{l}_z$  é  $\mathbf{l}_z = i e \hbar / 2m_e$

Magneton de Bohr:

$$\mathbf{l}_B = \frac{e \hbar}{2m_e} \quad (3)$$

Com  $J$  em unidades de  $\hbar$ :  $\mathbf{l} = (i e = 2m_e) \hbar J$

$$\begin{aligned} \mathbf{i} = \mathbf{\hat{h}} \mathbf{J} &= i e = 2m_e \text{ puro momento orbital} \\ \mathbf{i} = \mathbf{\hat{h}} \mathbf{J} &= i e = m_e \text{ puro momento de spin} \end{aligned} \quad (4)$$

## II.1 Diamagnetismo

Um campo externo induz um momento magnético

$$\mathbf{P}^1 = \frac{i e \epsilon! \gamma^2}{2} \quad (5)$$

onde  $\gamma^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2$

A variação da força é a força de Lorentz  
 $F = i e! \gamma B$ :

$$F = \epsilon(m_e!^2 \gamma) = m_e \epsilon(\gamma^2) \gamma = 2m_e! \epsilon! \gamma \quad (6)$$

Donde

$$\epsilon! = \gamma_L = \frac{eB}{2m_e} \quad (\text{freq: de Larmor}) \quad (7)$$

$$\hat{A} = \frac{M}{H} = \gamma_0 \frac{M}{B} = \gamma_0 \frac{(n\epsilon!)}{B} \quad (8)$$

Substituindo  $\epsilon_0$  em (5) obtemos  $\epsilon^1$

Como  $\bar{r}^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2$ , para uma distribuição simétrica de cargas

$$\bar{x}^2 = \bar{y}^2 = \bar{z}^2, \quad \bar{r}^2 = 2\bar{r}^2 \text{ e resulta}$$

Susceptibilidade

$$\hat{\epsilon} = i^{-1} \epsilon_0 n \frac{e^2}{6m_e} \frac{1}{\bar{r}_i^2} \quad (9)$$

Para  $\bar{r}^2 \approx 10^{12} \text{ m}^2$ ,  $n \approx 5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ ,  
 $Z = 10$ ,

$$! \quad \hat{\epsilon} \approx 10^{15}$$

### II.3 Paramagnetismo

Componente do momento  $\mathbf{l}$  na direção z  
(clássica)

$$l_z = l \cdot \mathbf{k} = l \cos \mu \quad (10)$$

Energia de  $\mathbf{l}$  em um campo  $\mathbf{B} = B \mathbf{k}$

$$E = i^{-1} \epsilon B = l B \cos \mu \quad (11)$$

## Valor médio de um conjunto de momentos

$$\langle \cos\mu \rangle_T = \frac{1}{N} \langle \cos\mu \rangle_T \quad (12)$$

$\langle \cos\mu \rangle_T$  é a média térmica, calculada de  $p(\mu)$ , dada pela distribuição de Boltzmann

$$\langle \cos\mu \rangle_T = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{-E/kT} \cos\mu d\mu}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{-E/kT} d\mu} \quad (13)$$

ou

$$\langle \cos\mu \rangle_T = \frac{\int_0^{\pi/2} e^{-E/kT} \cos\mu d\mu}{\int_0^{\pi/2} e^{-E/kT} d\mu} \quad (14)$$

com o elemento de ângulo sólido

$$d\Omega = 2\pi \sin\mu d\mu; \quad S = \cos\mu \quad (15)$$

Integrando,

$$M = n \langle \cos\mu \rangle_T = n \int_0^{\pi/2} L(x) \sin\mu d\mu \quad (16)$$

$n$  número de átomos/volume,  $x$  dado por

$$x = \frac{1}{2} kT \quad (17)$$

$L(x)$  é a função de Langevin

$$L(x) = \operatorname{cotgh} x + \frac{1}{x} \quad (18)$$

Para  $x \gtrsim 1$  ( $T$  alto, ou  $B$  pequeno)

$$\operatorname{cotgh}(x) \approx \frac{1}{x} + \frac{x}{3} + \dots \quad (19)$$

Magnetização:

$$M \approx \frac{n^1 x}{3} = \frac{n^{12}}{3kT} B \quad (20)$$

Lei de Curie (com  $C = n^{12} = 3k$ ):

$$M = \frac{C}{T} B \quad (21)$$

Susceptibilidade  $\hat{\alpha} = M/H$ :

$$\hat{\alpha} = \mu_0 \frac{C}{T} \quad (22)$$