

2. - PROPRIETES GENERALES DE LA TRANSFORMATION DE FOURIER

Opérations	$f(t)$ domaine temps	$F(v)$ domaine fréquence
Changement d'échelle	$f(at)$	$\frac{1}{ a } F\left(\frac{v}{a}\right)$
Translation dans le temps	$f(t-t_0)$	$F(v) e^{-2\pi j v t_0}$
Translation de fréquence ou modulation	$f(t) e^{2\pi j v_0 t}$	$F(v-v_0)$
Dérivation dans le domaine temps	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$(2\pi j v)^n F(v)$
Dérivation dans le domaine fréquence	$(-2\pi j t)^n f(t)$	$\frac{d^n F(v)}{dv^n}$
Intégration	$\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$	$PP\left[\frac{1}{2\pi j v} F(v)\right] + F(0) \cdot \frac{\delta(v)}{2}$ pour la p.p. de δ
Convolution temps	$f * g$	$F(v) \cdot G(v)$
Convolution fréquence	$f \cdot g$	$F * G$
Parité	$f(t)$ réelle	$\leftrightarrow F(-v)$ conjuguée
	$f(-t) = f^*(t)$	$\leftrightarrow F(v)$ réelle
	$f(t)$ réelle et paire	$\leftrightarrow F(v)$ réelle et paire
Théorème de Parseval	$\int_{-\infty}^{+\infty} f^*(t) g(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} F^*(v) G(v) dv$	

$$\langle PP \frac{1}{2\pi j v} F(v), \phi(v) \rangle = VP \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(v)}{2\pi j v} \phi(v) dv$$

TABLE DE TRANSFORMEES DE FOURIER.

(Les fonctions sont considérées comme des distributions)
 δ DIRAC - u HEAVESIDE

$f(t)$	$F(v)$
(1) $e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{a + 2\pi j v} \quad a > 0 \quad F(v) = \frac{1}{(a^2 + (2\pi v)^2)^{1/2}}$
(2) $t e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{(a + 2\pi j v)^2}$
(3) $\delta(t)$	1
(4) 1	$\delta(v)$
(5) $u(t)$	$\frac{1}{2} \delta(v) + PP\left(\frac{1}{2\pi j v}\right)$
(6) $\cos 2\pi v_0 t$	$\frac{\delta(v-v_0) + \delta(v+v_0)}{2}$
(7) $\sin 2\pi v_0 t$	$\frac{\delta(v-v_0) - \delta(v+v_0)}{2j}$
(8) $u(t) \cos 2\pi v_0 t$	$\frac{\delta(v-v_0) + \delta(v+v_0)}{4} + PP \frac{v}{2\pi(v^2 - v_0^2)}$
(9) $u(t) \sin 2\pi v_0 t$	$\frac{\delta(v-v_0) - \delta(v+v_0)}{4j} - PP \frac{v_0}{2\pi(v^2 - v_0^2)}$
(10) $u(t) \sin 2\pi v_0 t e^{-at}$	$\frac{2\pi v_0}{(a + 2\pi j v)^2 + (2\pi v_0)^2}$

Définitions : $\text{sinc } x = \frac{\sin x}{x}$; $\prod_T(t) = 1$ si $t \in [-T/2, T/2]$ fonction porte
0 à l'extérieur

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{2\pi j n t / T} = \text{poigne de DIRAC}$$

(11) $B \text{ sinc}(\pi B t)$	$\Pi_B(v)$ $B = 1/T$
(12) $\Pi_T(t)$ fonction porte	$T \text{sinc}(\pi T v)$
(13) $\delta_T(t)$	$B \delta_B(v)$ avec $B = \frac{1}{T}$
(14) $e^{-(at)^2}$	$\sqrt{\pi/a} e^{-\pi^2 v^2 / a}$